UV AG41
Optimisation et Recherche Opérationnelle

Examen final 2009
Mercredi 24 juin 2009

Alexandre Caminada, Alexandre Gondran

Durée : 2 heures Documents non autorisés

Partie I – Cours (5 points)

1 – (1 point) Dans un algorithme évolutionniste donnez deux principes qui permettent la diversification de la population ?

2 – (1 point) Quelle est la différence entre un algorithme génétique et un algorithme évolutionniste ?

3 – (1 point) Dans un problème multicritère avec n objectifs f_i à maximiser, que signifie qu'une solution A domine une solution B au sens de Pareto ?

4 – (2 points) Expliquer brièvement le fonctionnement d'un algorithme de recherche Tabou.

Partie II – Exercices (15 points)

Exercice 1. (4 points) Voisinages pour le voyageur de commerce orienté

Considérons le cas d'un graphe orienté $G = (X, U)$ admettant un coût c_{ij} pour l'arc (i,j) de U. A partir d'un cycle hamiltionien (cycle orienté qui passe une fois, et une fois seulement, par chaque sommets de G), on définit les transformations représentées par les figures suivantes :

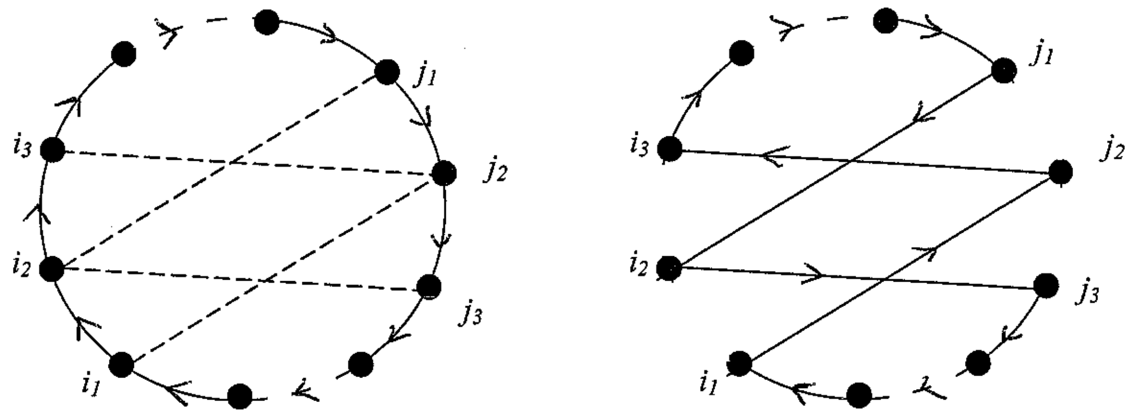


Figure 1 : Les arcs (i_1,i_2), (i_2,i_3), (j_1,j_2) et (j_2,j_3) sont remplacés par les arcs (i_1,j_2), (j_2,i_3), (j_1,i_2) et (i_2,j_3).

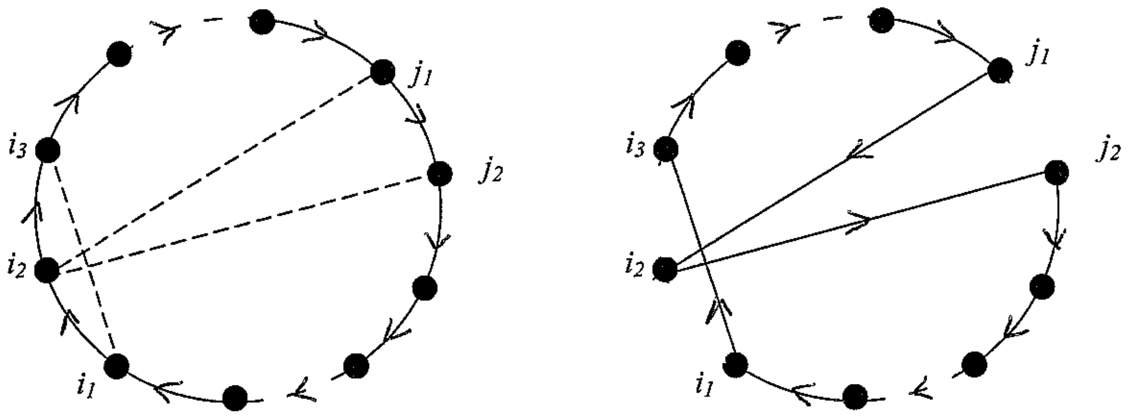


Figure 2 : Les arcs (i_1,i_2), (i_2,i_3) et (j_1,j_2) sont remplacés par les arcs (i_1,i_3), (j_1,i_2) et (i_2,j_2).

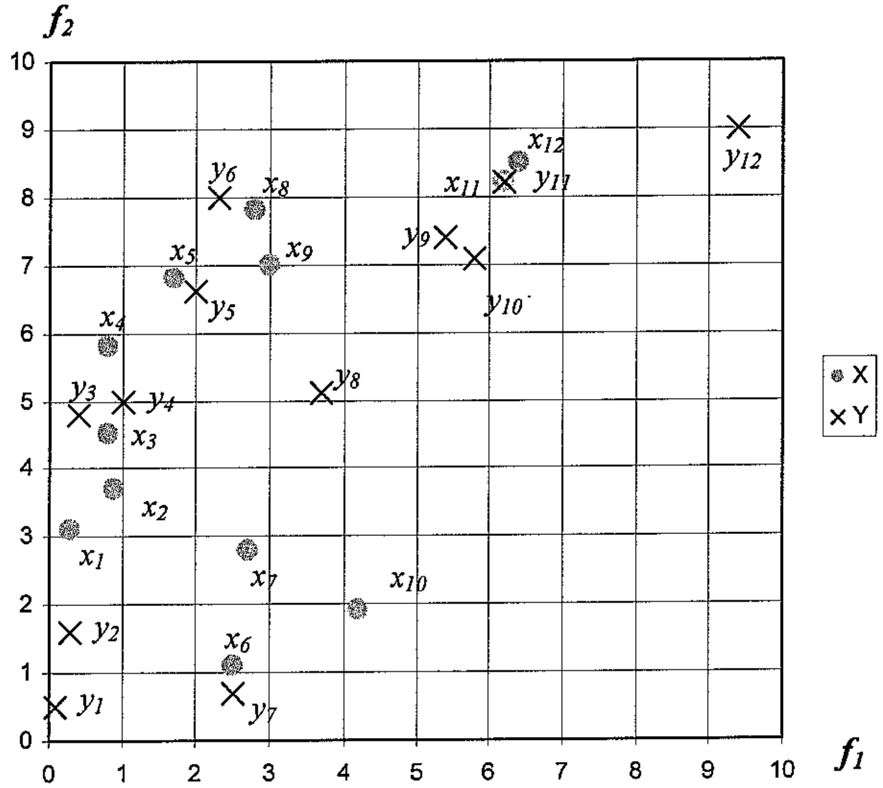
1. Déterminer la taille des voisinages correspondant à ces transformations sachant que dans des figures, les sommets i_1, i_2 et i_3 se suivent ainsi que les sommets j_1, j_2 et j_3 et que les i et j sont tous différents. On notera $n=|X|$ le nombre de sommets. (2 points)
2. Définir une autre transformation ? Donner la taille du voisinage correspondant. (2 points)

Exercice 3. (6 points) optimisation multicritère

On désire comparer les performances de deux algorithmes d'optimisation bi-critère utilisés pour la résolution d'un problème donné. L'ensemble des solutions Pareto obtenues par chaque algorithme est donné ci-dessous où chaque paire de valeurs représente les fitness des solutions Pareto selon les deux objectifs f_1 à minimiser et f_2 à maximiser.

$X = \{x_1 = (0.3, 3.1); x_2 = (0.9, 3.7); x_3 = (0.8, 4.5); x_4 = (0.8, 5.8); x_5 = (1.7, 6.8); x_6 = (2.5, 1.1);$
$x_7 = (2.7, 2.8); x_8 = (2.8, 7.8); x_9 = (3.0, 7.0) ; x_{10} = (4.2, 1.9) ; x_{11} = (6.2, 8.2); x_{12} = (6.4, 8.5)\}$.

$Y = \{y_1 = (0.1, 0.5); y_2 = (0.3, 1.6); y_3 = (0.4, 4.8); y_4 = (1.0, 5.0); y_5 = (2.0, 6.6); y_6 = (2.3, 8.0);$
$y_7 = (2.5, 0.7); y_8 = (3.7, 5.1); y_9 = (5.4, 7.4) ; y_{10} = (5.8, 7.1) ; y_{11} = (6.2, 8.2); y_{12} = (9.4, 9.0)\}$.



1. Les ensembles *X* et *Y* contiennent des solutions non-Pareto. Indiquez quelles sont ces solutions et retirez-les des ensembles *X* et *Y*.
2. Calculer la contribution de l'ensemble de X par rapport à l'ensemble Y et la contribution l'ensemble de Y par rapport à l'ensemble de X. La définition de la contribution est donnée par la formule suivante :

$$CONT(X,Y) = \frac{\frac{|C|}{2} + |W1| + |N1|}{|C| + |W1| + |W2| + |N1| + |N2|}$$

avec :
C, ensemble des solutions en commun entre X et Y.
W1, ensemble des solutions de X dominant des solutions dans Y (inversement pour W2).
N1, ensemble des solutions à la fois non dominées et non dominantes de l'ensemble X (respectivement de l'ensemble Y pour N2).
|A|, cardinalité de l'ensemble A.

3. Selon cette mesure, quel ensemble est meilleur que l'autre ?
4. La contribution est-elle une mesure suffisante pour comparer deux ensembles ? Justifier.
5. Par une méthode ε-contrainte, le problème est transformé en un problème mono-critère avec f_1 le critère primaire (objectif) et f_2 le critère secondaire (contraintes).
    a. Donnez la formulation du problème ε-contrainte ainsi transformé.
    b. Donnez les solutions trouvées pour les valeurs de ε suivantes : 8.1, 6 et 2, si l'ensemble des solutions visitées est : *X U Y*.

Exercice 4. (5 points) Modélisation – Nuit blanche au secrétariat

Les organisateurs d'un congrès disposent de trois salles dans lesquelles se tiendrons onze sessions *(A, B, C, ..., J, K)* qui durent chacune une demi-journée. Le congrès dure au total deux jours, et plusieurs sessions peuvent se tenir simultanément. Les organisateurs cherchent à déterminer une répartition des séances satisfaisante pour tous en tenant compte les contraintes suivantes :

- Les sessions de chaque ensemble de sessions tel que *AJ, JI, IE, EC, CF, FG, DH, BD, KE, BIHG, AGE, BHK, ABCH, DFJ* ne peuvent se tenir simultanément car il existe au moins une personne qui souhaite assister à toutes les sessions de chaque ensemble.

1. Montrer que le problème se ramène à un problème de coloriage des sommets d'un graphe en 4 couleurs. Répondre aux questions suivantes :
    a. Que représentent les sommets du graphe ?
    b. Dans quelle condition une arête relie deux sommets ?
    c. Que représente une couleur ? Que signifie colorier un sommet ?
    d. Pourquoi 4 couleurs ?
    e. Comment s'exprime la contrainte du nombre de salle pour la coloration de graphe ?

On ajoute les contraintes suivantes :

- La session *J* doit impérativement avoir lieu après la session *E*, la session *K* après les sessions *D* et *F*.

2. Comment peut-on traiter ces contraintes ? Peut-on les transformer pour les intégrer au graphe ? Les nouvelles contraintes (transformées) ne seront pas forcement équivalentes.

3. Donnez la représentation matricielle du graphe avec toutes les contraintes. Combien y a t il d'arêtes ?

4. Donnez la représentation d'une solution du problème.

5. Déterminer une solution à ce problème.