

# Final AG41 – Printemps 2012

Durée 2 heures – Documents autorisés  
Ordinateurs portables interdits

## Partie I

### Exercice 1 :

En utilisant la méthode des tableaux, résoudre le programme linéaire (P) suivant par la méthode des 2 phases, en indiquant la solution admissible trouvée à l'issue de la 1ère phase et la solution optimale du problème.

$$\begin{aligned} \text{min } z &= 6x_1 - 5x_2 - 6x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 2 \\ \text{(P)} \quad 2x_1 - x_2 + x_3 &\geq 6 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 3 \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

### Exercice 2 : Sac à dos

Résoudre le problème de sac à dos suivant en utilisant une méthode exacte de type recherche arborescente :

$$\begin{aligned} \text{max } z &= 18x_1 + 9x_2 + 4x_3 \\ 12x_1 + 7x_2 + 5x_3 &\leq 33 \\ x_i &\geq 0, x_i \text{ entier} \end{aligned}$$

### Exercice 3 : Programme de transport

Résoudre le programme de transport suivant en appliquant la méthode du stepping stone à partir de de la solution du coin nord-ouest. Donner pour chaque itération, les détails des différentes possibilités d'améliorer la solution courante. Quelle est la valeur optimale de ce problème ?

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>	<b>Stock</b>
<b>D1</b>	8	2	7	5	9	<b>15</b>
<b>D2</b>	6	13	4	7	9	<b>18</b>
<b>D3</b>	8	4	3	2	6	<b>21</b>
<b>D4</b>	4	9	5	8	4	<b>9</b>
<b>Demande</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>15</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	

## Partie II

### Exercice 4. (6 points) Modélisation de problème

Un congrès est organisé avec 3 salles dans lesquelles se tiendront 11 sessions notées ( $A, B, C, \dots, J, K$ ). Chaque session dure 1/2 journée. Le congrès dure 2 jours. Plusieurs sessions peuvent se tenir en parallèle dans des salles différentes. L'organisation veut déterminer une répartition satisfaisante des séances en tenant compte des contraintes suivantes : les  $n$ -uplets de sessions suivantes  $AJ, JI, IE, EC, CF, FG, DH, BD, KE, BIHG, AGE, BHK, ABCH, DFJ$  ne peuvent se tenir simultanément (exemple  $AJ$  indique que les sessions  $A$  et  $J$  ne peuvent pas se tenir au même moment).

1. Montrer que le problème se ramène à un problème de coloriage des sommets d'un graphe en 4 couleurs. Répondre aux questions suivantes :
  - a. Que représentent les sommets du graphe ? (0.5 PT)
  - b. Dans quelle condition une arête relie deux sommets ? (0.5 PT)
  - c. Que représente une couleur ? Que signifie colorier un sommet ? (0.5 PT)
  - d. Pourquoi 4 couleurs ? (0.5 PT)
  - e. Comment s'exprime la contrainte du nombre de salle pour la coloration de graphe ? (0.5 PT)
2. On ajoute les contraintes suivantes : la session  $J$  doit avoir lieu après la session  $E$ , la session  $K$  après les sessions  $D$  et  $F$ . (1 PT)
  - a. Comment intégrer ces contraintes dans la coloration de graphe au niveau des arêtes ?
  - b. Comment intégrer ces contraintes dans la coloration de graphe niveau des couleurs ?
3. Donnez la représentation matricielle du graphe avec toutes les contraintes. Combien y-a-t-il d'arêtes ? (1 PT)
4. Donnez la représentation d'une solution du problème. (0.5 PT)
5. Déterminer une solution à ce problème. (1 PT)

### Exercice 5. (4 points) Algorithme tabou

On considère un algorithme de recherche tabou opérant sur des solutions appartenant à l'espace  $\{0,1,2\}^4$ . Le voisinage consiste à changer une valeur d'une variable. Les 2 schémas ci-dessous décrivent le cheminement de l'algorithme à partir d'une solution initiale (1, 1, 1, 1). La liste tabou est implémentée de deux manières différentes. Dans la méthode (a), la liste tabou représente une liste d'attributs (*variable, valeur*) où *variable* représente le numéro de la variable dans la chaîne et *valeur* une valeur interdite pour cette variable. Dans la méthode (b), un attribut de liste tabou représente le numéro d'une variable pour laquelle on interdit toute modification de sa valeur.

Itération 0

1	1	1	1
---	---	---	---

1	1	1	1
---	---	---	---

Itération 1

1	1	0	1
---	---	---	---

1	1	0	1
---	---	---	---

Itération 2

2	1	0	1
---	---	---	---

2	1	0	1
---	---	---	---

Itération 3

2	1	0	2
---	---	---	---

2	1	0	2
---	---	---	---

Itération 4

0	1	0	2
---	---	---	---

2	0	0	2
---	---	---	---

Itération 5

0	2	0	2
---	---	---	---

2	0	2	2
---	---	---	---

**(a)****(b)**

1. On considère une durée tabou égale à 6. Donnez une représentation matricielle (variable/ancienne\_valeur) de la liste tabou pour la méthode (a) et l'état des statuts tabou à la fin des 5 itérations. (0.5 PT)
2. On considère une durée tabou égale à 6. Donnez la représentation vectorielle de la liste tabou pour la méthode (b) et l'état des statuts tabou à la fin des 5 itérations. (0.5 PT)
3. On remarque que le cheminement de la recherche Tabou dans les deux cas est identique jusqu'à la 3<sup>ème</sup> itération incluse. Expliquez les raisons de la divergence à partir de l'itération 4. (1 PT)
4. Que se passe-t-il à l'itération 5 dans la méthode (b) et pourquoi ? A quoi correspond ce procédé ? (1.5 PT)
5. Pour l'algorithme (b), combien de solutions voisines sont évaluées sur une itération, y compris les solutions Tabou ? (0.5 PT)