

Final AG41 – Printemps 2013

Durée 2h00 – Documents autorisés
Ordinateurs portables interdits

Les parties I et II devront être rédigées sur deux copies différentes.

Partie I

Exercice 1 : (5 pts)

Soit le problème de sac à dos suivant :

$$\begin{aligned} \max z &= 25x_1 + 12x_2 + 17x_3 + 8x_4 + 5x_5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 1,5x_4 + x_5 &\leq 15 \\ x_i &\geq 0, \text{ entier} \end{aligned}$$

- 1) Résolvez ce problème par la méthode de la programmation dynamique. Donner la solution optimale du problème.
- 2) On suppose que la valeur des variables x_i doit désormais être inférieure ou égale à 2. Expliquer de quelle manière il est possible d'améliorer l'algorithme utilisé à la question 1) pour résoudre ce nouveau problème.
- 3) Donner la solution optimale du problème de sac à dos quand les variables sont bornées par la valeur 2.

Exercice 2 : (5 pts)

Une entreprise dispose de 3 dépôts A, B et C à partir desquels elle doit livrer ses produits en direction de 4 clients notés 1, 2, 3 et 4. Les quantités disponibles dans les dépôts A, B et C sont respectivement 45, 32 et 23. Les quantités demandées par les clients 1, 2, 3 et 4 sont respectivement 13, 43, 34 et 10. Les coûts unitaires de livraison des produits sont donnés dans le tableau 1.

Dépôt\Client	1	2	3	4
A	26	24	37	21
B	9	27	14	49
C	19	22	38	56

Tableau 1. Coûts unitaires de déplacement des produits

L'entreprise utilise actuellement la solution suivante (tableau 2) pour livrer ses clients.

Dépôt\Client	1	2	3	4
A	0	43	0	2
B	0	0	32	0
C	13	0	2	8

Tableau 2. Quantités livrées par l'entreprise

- 1) Montrer que la solution utilisée par l'entreprise est meilleure que la solution du coin Nord-Ouest
- 2) Trouver la solution optimale de ce programme de transport en appliquant la méthode du stepping stone en 2 itérations.

Partie II

Exercice 1 : Multi-critères (6 pts)

1- Soit le problème d'optimisation suivant:

$$(P) = \begin{cases} \text{minimiser } f_1(x, y) = x \\ \text{maximiser } f_2(x, y) = y \\ \text{S.c.} \\ -10 \leq x \leq 10 \\ -5 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

- a. Représentez graphiquement l'ensemble des solutions (x,y) réalisables (hachurez l'espace réalisable)
- b. Donnez l'ensemble des solutions Pareto optimales (ensemble de points et/ou de segments de droite)

2- Par une méthode ε -contrainte, le problème est transformé en un problème mono-critère avec f_1 le critère primaire (objectif) et f_2 le critère secondaire (contraintes).

- a. Donnez la formulation du problème transformé P'
- b. Donnez la solution trouvée pour les valeurs de ε suivantes $\{-2, -5, -7\}$

3- Nous ajoutons la contrainte : $x - 2y \geq -10$ à la définition du problème donnée à la question (1)

- a. Représentez graphiquement l'ensemble des solutions (x,y) réalisables (hachurez l'espace réalisable)
- b. Donnez l'ensemble des solutions Pareto optimales (ensemble de points et/ou de segments de droite)

Exercice 1 : Algorithmes génétiques (4 pts)

Soit le problème de voyageur de commerce suivant : Soit $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ 4 villes à parcourir. Les distances inter-ville sont données par la matrice D :

$$D = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 & \times \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & 0 & 4 \\ \times & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Un algorithme génétique a été développé pour rechercher le cycle Hamiltonien (visite de chaque ville une et une seule fois) de plus court chemin. Les solutions du problème sont codées par une permutation définissant l'ordre de passage sur les villes.

Ex. La solution $\langle 2, 3, 1, 4 \rangle$ veut dire que les villes ont été visitées dans l'ordre v_2, v_3, v_1 et puis v_4 .

L'évaluation d'une solution s , noté $F(s)$, revient au calcul de la longueur du chemin codé par la permutation.

1- Quelle est l'évaluation de la solution $\langle 3,4,2,1 \rangle$?

2- A chaque génération, la probabilité de sélection d'un individu s de la population courante est égale à :

$$P(s) = \frac{F(s)}{\sum_{y \in \text{Population}} F(y)}$$

- Que pensez-vous de cette formulation ? Pose-t-elle un problème, lequel ?
- Si oui, proposez une formulation de $P(s)$ pour remédier au problème.

3- L'opérateur de croisement mono-point est adopté. Le point de croisement est situé entre la deuxième et troisième ville visitée.

- Quelle serait le résultat du croisement des solution $\langle 1,3,4,2 \rangle$ et $\langle 2,3,1,4 \rangle$.
- Quel problème pose cet opérateur ?
- Proposé un opérateur de croisement remédiant à ce problème (écrire l'algorithme).