

## Corrigé d'examen AG41

### Exercice 1 Coloration de graphe (sommets) 10 pts

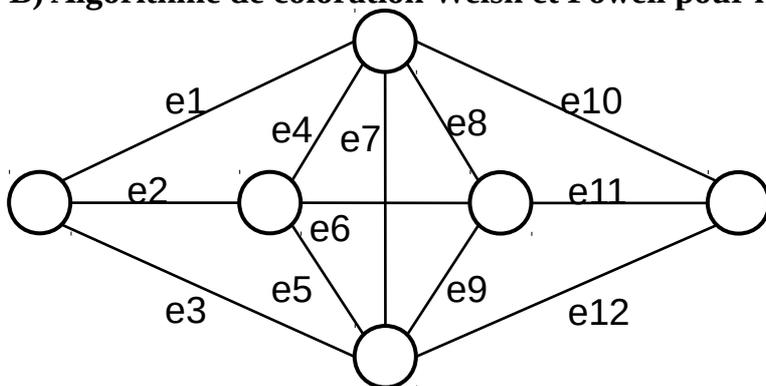
1. Le nombre chromatique d'un graphe est le nombre minimum de couleurs nécessaire pour colorier chaque sommet de ce graphe de façon que deux sommets adjacents quelconques soient de couleurs différentes. (0.25 pts)
2. La densité  $d$  d'un graphe est le rapport entre le nombre d'arcs effectif noté  $x$ , et le nombre d'arcs possibles noté  $y$  (graphe complet) :  

$$x=12 \quad \text{et} \quad y=\frac{6*5}{2}=15 \quad \text{alors} \quad d=\frac{12}{15}=0.8 \quad \text{donc} \quad d=80\% \quad (0.25 \text{ pts})$$
3. Le graphe ne représente pas une clique (n'est pas un graphe complet) car sa densité est inférieure à 1 (0.5 pts)
4. Les trois cliques :  $\{A,B,C,D\}$ ,  $\{B,D,E,F\}$ ,  $\{B,C,D,E\}$  (0.75 pts)
5. La borne inférieure du nombre de couleurs nécessaire pour colorer le graphe de la figure 1 est 4 car c'est la taille de la plus grande clique de ce graphe (0.5 pts)
6. La borne supérieure du nombre de couleurs nécessaire pour colorer le graphe de la figure 1 est 6 car c'est le nombre total de sommets de ce graphe (0.5 pts)
7. L'encadrement du nombre chromatique de ce graphe noté  $k$  :  $4 \leq k \leq 6$  (0.25 pts)

#### A) Algorithme de coloration Welsh et Powell (4 pts)

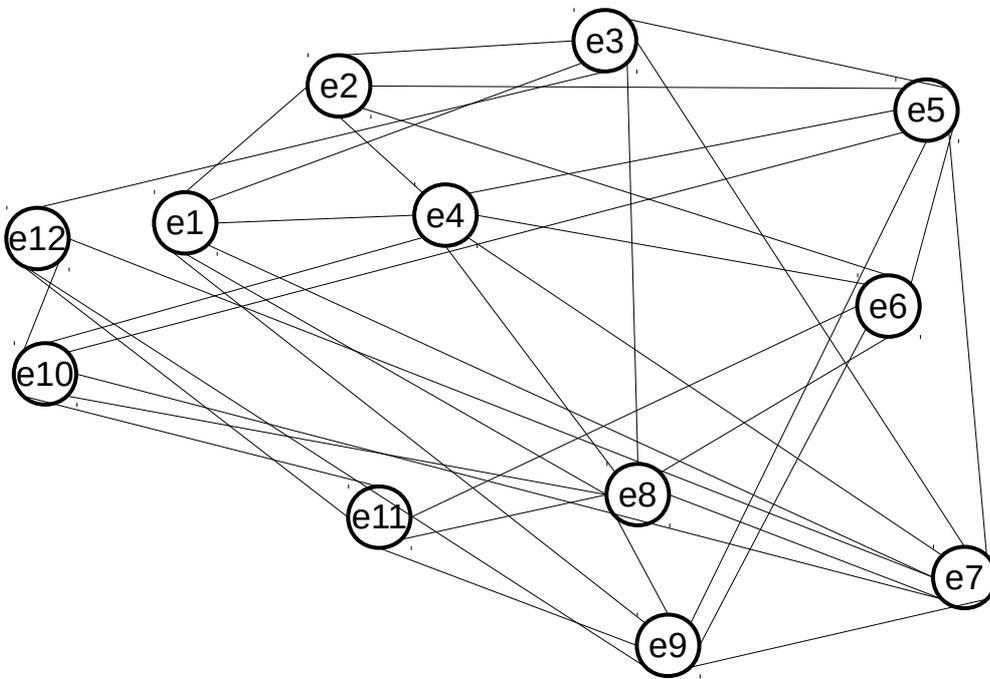
Sommets	B	D	C	E	A	F
Degrés	5	5	4	4	3	3
Couleur utilisée	1	2	3	4	4	4
Nombre de couleurs possibles	6	5	4	3	2	2

#### B) Algorithme de coloration Welsh et Powell pour les arcs (3 pts)



Pour appliquer l'algorithme de Welsh et Powell sur une coloration des arcs d'un graphe, il suffit de transformer les arcs en sommets. Si deux arcs partagent un même sommet (extrémité de l'un et de l'autre à la fois), il faut mettre un arc. On applique l'algorithme de coloration puis on retransforme le graphe.

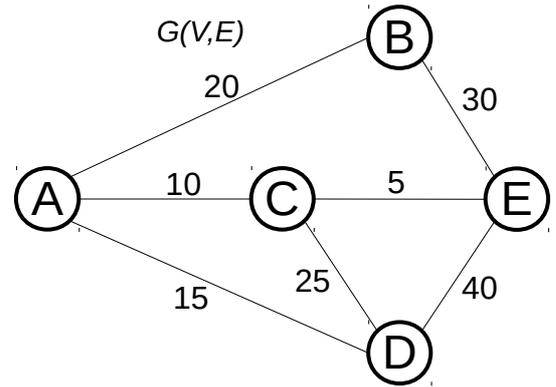
	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1												
e2	X											
e3	X	X										
e4	X	X										
e5		X	X	X								
e6		X		X	X							
e7	X		X	X	X							
e8	X			X		X	X					
e9			X		X	X	X	X				
e10	X			X	X		X	X				
e11						X		X	X	X		
e12			X				X		X	X	X	



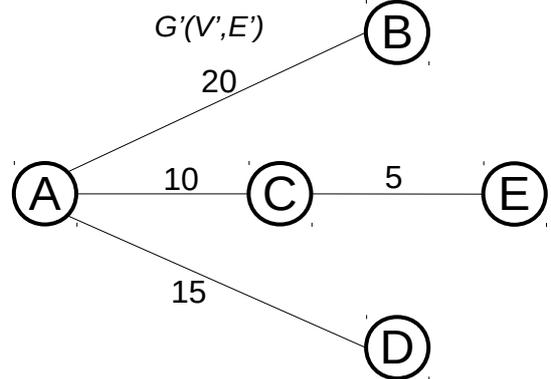
<b>Sommets</b>	e7	e4	e5	e8	e9	e10	e1	e3	e6	e2	e11	e12
<b>Degrés</b>	8	7	7	7	7	7	6	6	6	5	5	5
<b>Couleur utilisée</b>	1	2	3	3	2	4	5	4	1	6	5	3
<b>Nombre de couleurs possibles</b>	12	11	10	10	10	9	8	8	8	8	8	8

**Exercice 2 Recherche Tabou (durée Tabou = 1)**

1. Le graphe pondéré résultant noté  $G(V,E)$ . (1 pts)



2. Le coût de la solution optimale est 50. (1 pts)

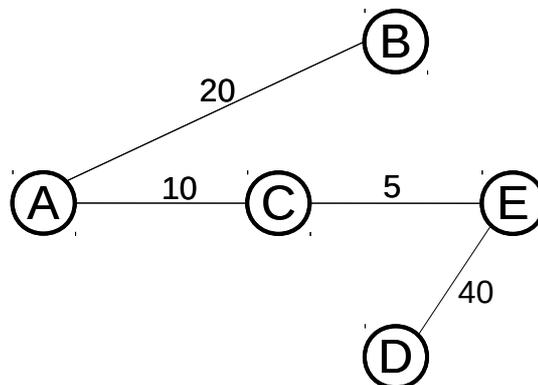


La nouvelle valeur de du coût total de la solution optimale en considérant les nouvelles contraintes est  $50 + 200$  pénalités donc 250. (1 pts)

- Itération 1 (1 pts) :

Ajouter	Supprimer	Coût total	Coût total
BE	CE	275	
BE	AC	270	
BE	CB	160	
CD	AD	160	
CD	AC	365	
DE	CE	185	
DE	AC	180	
DE	AD	75	supprimer DE : 2

Nouveau coût = 75  
L'arbre obtenu

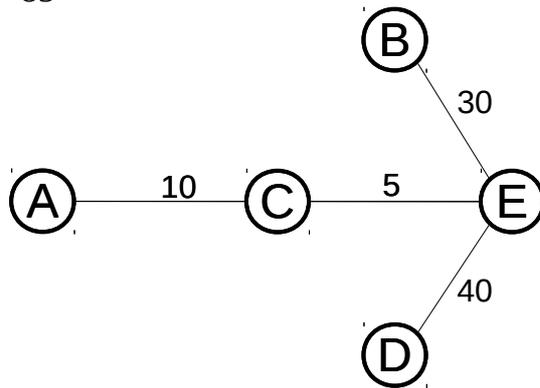


- Itération 2 (1 pts) :

Ajouter	Supprimer	Coût total	Coût total
AD	DE	Tabou	
AD	CE	185	
AD	AC	180	
BE	CE	100	
BE	AC	95	
BE	AB	<b>85</b>	Supprimer BE : 3
CD	DE	Tabou	
CD	CE	195	

Nouveau coût = 85

L'arbre obtenu

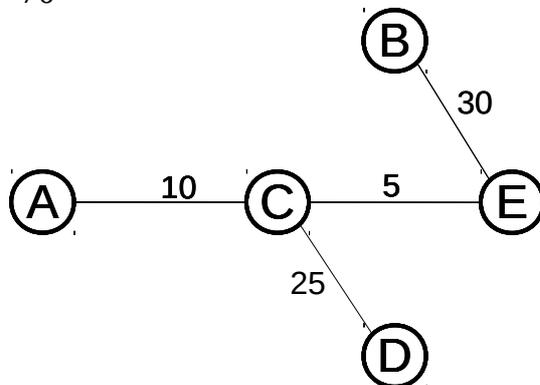


- Itération 3 (1 pts) :

Ajouter	Supprimer	Coût total	Coût total
AB	BE	Tabou	
AB	CE	100	
AB	AC	95	
AD	DE	160	
AD	CE	95	
AD	AC	90	
CD	DE	<b>70</b>	Supprimer CD : 4
CD	CE	105	

Nouveau coût = 70

L'arbre obtenu

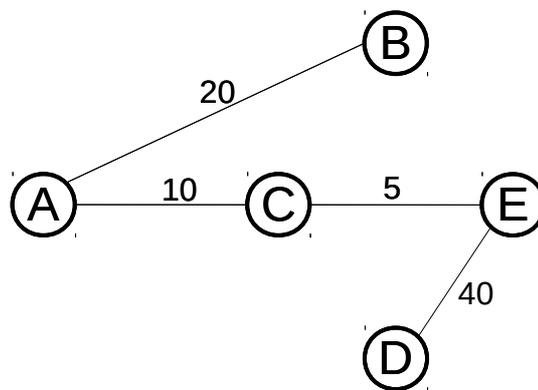


**Exercice 2 Recherche Tabou (durée Tabou = 2)**

- Itération 1 (1 pts) :

Ajouter	Supprimer	Coût total	Coût total
BE	CE	275	
BE	AC	270	
BE	CB	160	
CD	AD	160	
CD	AC	365	
DE	CE	185	
DE	AC	180	
DE	AD	75	supprimer DE : 3

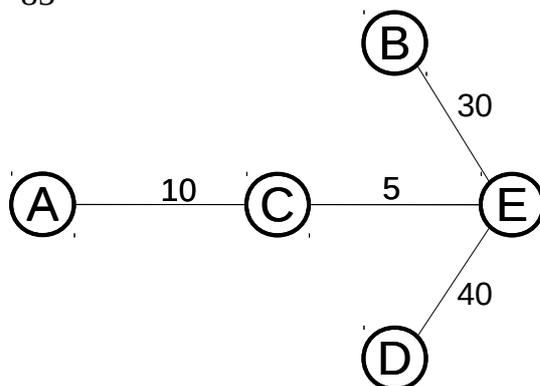
Nouveau coût = 75  
L'arbre obtenu



- Itération 2 (1 pts) :

Ajouter	Supprimer	Coût total	Coût total
AD	DE	Tabou	
AD	CE	185	
AD	AC	180	
BE	CE	100	
BE	AC	95	
BE	AB	<b>85</b>	Supprimer BE : 4
CD	DE	Tabou	
CD	CE	195	

Nouveau coût = 85  
L'arbre obtenu

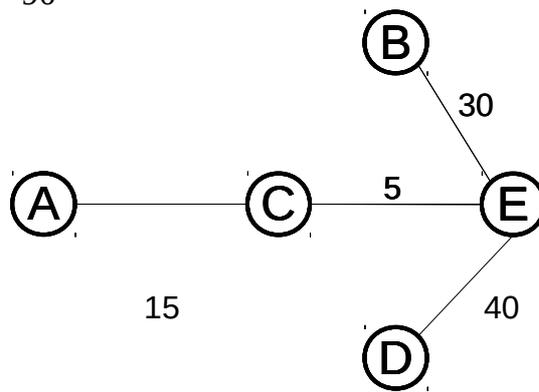


- Itération 3 (1 pts) :

Ajouter	Supprimer	Coût total	Coût total
AB	BE	Tabou	
AB	CE	100	
AB	AC	95	
AD	DE	160	
AD	CE	95	
AD	AC	<b>90</b>	Supprimer AD : 5
CD	DE	Tabou	
CD	CE	105	

Nouveau coût = 90

L'arbre obtenu



2 – La meilleur durée Tabou est 1 (1 pts)