

# MEDIAN AG41 – Printemps 2009

Durée 2 heures - Documents autorisés  
Ordinateurs portables interdits

## Exercice 1 (5 points)

Soit le réseau de transport suivant défini par les sommets {S, A, B, C, D, E, P} et par les arcs donnés dans le tableau suivant :

Départ	Arrivée	Capacité	Flux	Départ	Arrivée	Capacité	Flux
S	A	7,1	7,1	B	E	5,2	5,2
S	B	12,7	9,2	C	E	6,1	6,1
A	D	14,4	5	D	P	9,3	5
A	C	5,1	2,1	E	P	15,8	11,3
B	C	7,3	4				

- 1) Représentez graphiquement ce réseau de transport
- 2) Donnez une chaîne améliorante sur ce réseau de transport ? De combien peut-on augmenter la valeur du flux dans ce réseau grâce à cette chaîne améliorante ?
- 3) Donnez les nouvelles valeurs des flux après cette amélioration. A-t-on atteint la solution optimale ?
- 4) Donnez une formulation du problème général sous la forme d'un programme linéaire en nombre entier

## Exercice 2 (5 points)

Soit le programme linéaire (P) suivant :

$$\begin{aligned}
 \min z &= 10.x_1 + 50.x_2 + 30.x_3 \\
 4.x_1 + 2.x_2 + x_3 &\geq 4 \\
 x_1 - x_2 + 11/2 x_3 &\geq 3 \\
 2.x_1 + x_3 &\geq 5 \\
 x_i &\geq 0
 \end{aligned}$$

- 1) Donnez le dual (D) de (P).
- 2) Résolvez le dual (D) par application de l'algorithme du simplexe. On utilisera la méthode des tableaux.
- 3) En déduire la solution optimale du primal (P)

**Exercice 3 (6 points)**

- 1) A quelle famille de méthodes de résolution appartient l'algorithme de Little pour résoudre le TSP
- 2) Résolvez le problème du TSP correspondant à cette matrice par l'algorithme de Little. Détaillez les différentes étapes de la méthode : pénalités des zéros, la borne max de l'ensemble des solutions considérés à chaque étape, arborescence des solutions.

	A	B	C	D	E
A	-	50	120	160	90
B	180	-	40	180	140
C	30	200	-	40	100
D	20	180	110	-	150
E	100	190	90	200	-

- 3) Résolvez maintenant le problème d'affectation associé à la matrice suivante par la méthode hongroise.

	1	2	3	4	5
A	300	50	120	160	90
B	180	300	40	180	140
C	30	200	300	40	100
D	20	180	110	300	150
E	100	190	90	200	300

- 4) Commentez les résultats obtenus aux questions 2 et 3

**Exercice 4 (4 points)**

- 1) Rappelez le principe de l'algorithme de programmation dynamique pour le problème du sac à dos en nombre entiers.
- 2) Donnez sa complexité. Est-ce un algorithme polynomial ?
- 3) Dans le cas d'un problème de sac à dos binaire, donnez une autre méthode de résolution.
- 4) Laquelle de ces deux méthodes sera le plus efficace pour résoudre le problème de sac à dos binaire ? Discutez.