

# MEDIAN AG41 – Printemps 2010

Durée 2 heures – Une feuille de notes autorisée  
Ordinateurs portables interdits

## Exercice 1 (7 points)

Soit le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 &\leq 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 &\leq 4 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 &\leq 5 \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

- 1) Appliquer la méthode des tableaux pour résoudre ce programme linéaire. Pour chaque itération, préciser les variables entrante et sortante. Donner à la fin la solution optimale.
- 2) Donner le dual de ce programme linéaire.
- 3) Ecrire les relations d'exclusion entre les variables du primal et du dual.
- 4) Calculer la solution optimale du dual à l'aide de ces relations d'exclusion.

## Exercice 2 (6 points)

Les distances séparant 6 points A, B, C, D, E et F sont données par le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F
A	00	6	7	3	1	3
B	7	00	8	2	9	7
C	5	10	00	10	1	7
D	8	6	5	00	5	1
E	7	7	6	7	00	4
F	9	8	8	5	3	00

- 1) On demande d'appliquer l'algorithme de Little pour résoudre ce TSP. Détailler uniquement les matrices de dimension supérieure ou égale à 5, et préciser la totalité de l'arborescence de recherche des solutions en indiquant pour chaque sommet la borne min associée.
- 2) On suppose maintenant que les points A, C, E sont des dépôts et que B, D, F sont des clients à servir. Le voyageur de commerce doit passer par un dépôt juste avant son passage chez un client. Chacun des points de passage (dépôt ou client) ne peut être visité qu'une seule fois. En tenant compte de ces nouvelles contraintes, proposez un algorithme de résolution et trouver la solution optimale associée. Que peut-on en conclure ?

### Exercice 3 (4 points)

On considère le programme de transport suivant, avec 5 dépôts et 4 clients. Les quantités en stock dans les dépôts sont indiquées dans la dernière colonne de droite, et les quantités demandées par les clients sont données dans la dernière ligne du tableau. Les coûts unitaires sont indiqués dans les cases, à droite. Une solution a été représentée dans le tableau. Le nombre de produits qui est déplacé est indiqué à gauche dans les cases du tableau sur fond noir.

	C1		C2		C3		C4		stock
D1	23	23		67	22	46		60	45
D2		48	22	43		57	11	38	33
D3		65	20	22		66		64	20
D4		12	42	64		90		25	42
D5		94		68	39	17	29	46	68
<b>Demande</b>	<b>23</b>		<b>84</b>		<b>61</b>		<b>40</b>		<b>0</b>

- 1) Calculer les coûts marginaux pour cette solution.
- 2) Indiquer quelle est la meilleure manière d'améliorer la solution courante et donner la solution améliorée.
- 3) Comment peut-on savoir si on a atteint la solution optimale ?

### Exercice 4 (3 points)

On considère le programme linéaire en nombre entier suivant.

$$\max z = 4x_1 + 14x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 10x_5 + 8x_6$$

$$3x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 + 5x_6 \leq 10$$

$$x_i \geq 0, x_i \text{ entier}$$

- 1) Résoudre ce problème par la programmation dynamique.
- 2) Quelle autre méthode de résolution aurait permis également de résoudre ce problème.