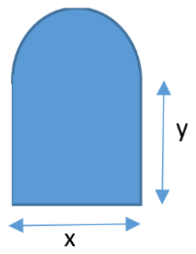
# Examen final AI52

## Exercice 1

1. Soit la fonction $f(x, y) = x^2 + xy + \frac{y^2}{2} - 3x - 2y$ ; on pose aussi $X^{(0)} = \binom{0}{3}$
   a. Donner le(s) point(s) critique(s)
   b. Appliquer la méthode du gradient conjugué à partir de $X^{(0)}$ pour retrouver ce(s) point(s) critique(s).
2. La section d'un conduit d'air a la forme suivante :




Pour optimiser le coût de construction, celui-ci doit avoir le plus petit périmètre possible sachant que, pour des raisons de fonctionnement, l'ouverture doit avoir une aire égale à $c > 0$. Déterminer les dimensions $x$ et $y$ (en fonction de $c$ ) du rectangle de manière à optimiser le coût.

## Exercice 2

Soit la fonction $f(x) = 1 - (x-1)^2$, on cherche à trouver le maximum de cette fonction à l'aide d'un AG sur l'intervalle [-10 10]

1. Donner le nombre de bits nécessaire pour coder un individu de la population.
2. Donner la représentation en binaire des valeurs des variables $x = -4, x = -2, x = 0, x = 6, x = 8$ et $x = 10$.
3. Donner sous une forme tabulaire les valeurs de la fonction d'évaluation, puis les probabilités de sélection de chaque individu.
4. Donner un algorithme qui implémente la méthode de sélection par roue de loterie.

## Exercice 3

Une école spécialisée en informatique offre, périodiquement à ses visiteurs, des formations dans 5 modules, chaque module est caractérisé par son nombre de crédits et son volume horaire. Les modules d'une période donnée sont détaillés dans le tableau suivant :

| Module i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Crédit ci | 8 | 5 | 2 | 7 | 4 |
| VH hi | 24 | 20 | 30 | 40 | 12 |

Pour chaque visiteur, l'école octroie une formation gratuite de 50 heures couronnée par une attestation mentionnant le nombre de crédits acquis. On se propose de déterminer quels modules choisir par le visiteur afin de totaliser un crédit maximal (les modules ne doivent pas être fractionnés).

1. Quel est le type de ce problème d'optimisation ? quel est le modèle vu en cours qui lui est applicable ?
2. Déterminer l'espace de recherche et calculer sa taille.
3. Ecrire la formulation mathématique de ce problème d'optimisation.
4. On se propose de résoudre ce problème par un algorithme de colonie de fourmis.
    a. Quelle sont les composantes d'une solution ?
    b. On définit la distance entre deux composantes $i$ et $j$ d'une solution $X$ par

    $$d(i,j) = \left|\frac{h_i}{c_i} - \frac{h_j}{c_j}\right| + 1$$

    A la première itération, une fourmi ayant déjà choisi le module 1, quelles sont les probabilités pour qu'elle choisisse les modules 2,3,4,5 respectivement juste après. (On prendra $\alpha = \beta = \tau_0 = 2$).

    c. Quelle quantité de phéromone serait ajoutée à l'arrête $[1-2]$ si cette fourmi prenait le module 2.

## Exercice 4

On souhaite utiliser la méthode PSO pour minimiser la fonction $f(x,y) = x^2 + y^2$

a. Trouver la solution optimale analytiquement
b. En commençant, dans la phase d'initialisation, par les 5 particules $X_1^0 = (1,1)$ ; $X_2^0 = (-1,1)$ ; $X_3^0 = (0.5,-0.5)$ ; $X_4^0 = (1,-1)$; $X_5^0 = (0.25,0.25)$ avec des vélocités initiales nulles et en utilisant une inertie $\omega = 0,8$ et des coefficients d'attraction $c_1\ r_1 = c_2\ r_2 = 2$ , exécuter 2 itérations en donnant à chaque itération $t$ :
    a. La position $X_i^t$ pour chaque particule $i$
    b. La meilleure position $pbest_i^t$ pour chaque particule $i$
    c. La meilleure position globale de l'essaim $gbest^t$
    d. La vitesse $v_i^t$ pour chaque particule $i$