

AT54 EXAMEN FINAL

21 juin 2010 de 8h à 10h00 en salle P227 à Sévenans

PARTIE TRAITEMENT DU SIGNAL

EXERCICE 1 (2 POINTS)

Soit le système LTI donné ci-dessous,

$$H(z) = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)} \quad |z| > \frac{1}{2}$$

Calculez :

- a) $h(n)$.
- b) L'équation aux différences correspondante.
- c) Le système est-il stable ? Est-il causal ?

EXERCICE 2 (3 POINTS) (Théorie)

Définissez la DFT sur N points. Avec quels types de séquences est-elle à utiliser? Peut-on l'utiliser pour la séquence « échelon unitaire » $u(t)$? Et pour le signal impulsion $\delta(n)$? Si oui, calculez la DFT pour chaque séquence ci-dessus, où il est possible.

PARTIE IDENTIFICATION DE SYSTEMES

EXERCICE 3 (2 POINTS)

Soit le bruit donné ci-dessous

$$v(t) = (1 - a_1 q^{-1} - a_2 q^{-2})e(t)$$

où $e(t)$ est un bruit blanc à moyenne nulle et dont la variance est égale à λ .

- a) De quel type de système s'agit-il ?
- b) Quel est l'estimateur $\hat{v}(t|t-1)$?
- c) Quelle est la variance de l'erreur d'estimateur ?

EXERCICE 4 (3 POINTS) (Théorie)

Décrivez la structure de modèle de type ARMAX et ARX. Mettez en évidence la différence principale et en calculez pour chacun l'estimateur à variance minimale.

EXERCICE 5 (3 POINTS) (Théorie)

- a) Définissez un système OE
- b) Trouvez-en l'estimateur à variance minimale
- c) Définissez-en le vecteur des paramètres, le régresseur et l'équation qui les lie.

EXERCICE 6 (3 POINTS) (Théorie)

Soit un système réel LTI décrit par le modèle ci-dessous :

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t) \quad \text{où } e(t) \text{ est un bruit blanc à moyenne nulle}$$

Expliquez comment estimer de $y(t|t-1)$ sur la bases de la connaissance des valeurs de $y(t)$

jusqu'à l'instant $t-1$. Avant de faire cela, vous avez aussi besoin d'estimer $\hat{v}(t|t-1)$ du bruit :
démontrez-en la formule à partir de $v(t) = H(q)e(t)$

EXERCICE 7 (2 POINTS)

Soit un bruit donné par la fonction de probabilité donnée ci-dessous :

$e(t)$	-3	-2	-1	0	1	3	4	15
probabilité	1/8	1/4	7/32	5/32	1/16	3/32	1/16	1/32

a) Cette fonction est-elle à moyenne nulle ? Quelle est sa variance ?

Puis, soit donné $v(t) = H(q)e(t)$ et soit $\hat{v}(t|t-1)$ son estimateur à variance minimale.

b) Quelle est la valeur plus probable (MAP) de $v(t)$ donnée l'information $\hat{v}(t|t-1)$?

c) Quelle est la probabilité que $v(t)$ ait une valeur entre $\hat{v}(t|t-1)$ et $\hat{v}(t|t-1) + 7$?

EXERCICE 8 (2 POINTS)

Soit le système linéaire surdéterminé ci-dessous issu des observations sur un système LTI.

$$3a + b = 5$$

$$a - b = -1$$

$$-3a + 2b = 1$$

$$2a - b = 3$$

Calculez la solution $[a^*, b^*]^T$ avec la méthode « moindres-carrées » en utilisant à la fois la matrice pseudo-inverse et la minimisation de l'erreur au carré. Vérifiez que les solutions obtenues avec ces deux méthodes sont les mêmes.