AT54 EXAMEN FINAL

18 janvier 2024 de 10h30 à 10h00 en salle P305 à Sevenans

L'utilisation de notes de cours n'est pas autorisée.

QUESTION 1 (2 points)

Considérons le système de fonction de transfert suivant :

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+6}{s^2+5s+6}$$

Obtenez la représentation de l'espace d'état de ce système sous

(a) forme canonique contrôlable **(1 point)**

(b) forme canonique observable. **(1 point)**

QUESTION 2 (2 points)

Trouvez $x_1(t), x_2(t)$ du système décrit par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

où les conditions initiales sont

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

QUESTION 3 (3 points)

Un système de régulation dispose d'une fonction de transfert :

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6}{(s+2)(s+3)}$$

Définissez les variables d'état en tant que

$$x_1 = y$$
$$x_2 = \dot{x}_1$$

À l'aide du contrôle de rétroaction d'état $u = -\mathbf{Kx}$, Il est souhaitable de placer les pôles en boucle fermée à

$$s = -2,\ s = -5$$

Déterminer la matrice de gain de rétroaction d'état nécessaire $\boldsymbol{K}$. Vous devez calculer $\boldsymbol{K}$ en utilisant toutes les trois méthodes développées dans le cours. Chaque méthode utilisée vaut **1 point.**

QUESTION 4 (3 points)

Considérez le système de la figure en-dessous :

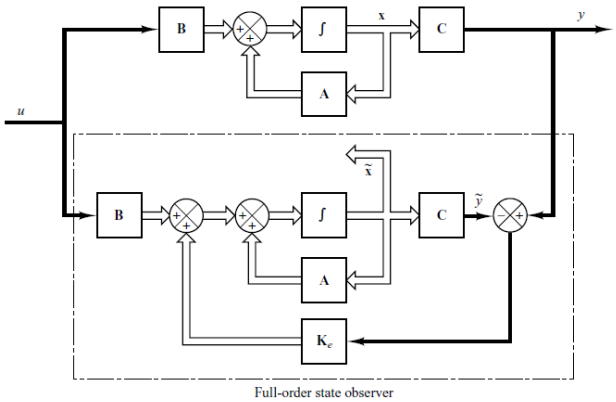
$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u$$
$$y = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}$$

où

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 2 & -3 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Concevez un observateur de Luenberger d'état d'ordre complet, c'est-à-dire calculez $\boldsymbol{K}_e$ comme décrit dans la figure. Supposez que les valeurs propres souhaitées de la matrice de l'observateur sont

$$\mu_1 = -3,\ \mu_2 = -2$$



Vous devez calculer $\boldsymbol{K}_e$ en utilisant les trois méthodes développées dans le cours. Chaque méthode utilisée vaut **1 point**.

RAPPEL

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 u^{(n)} + b_1 u^{(n-1)} + \cdots + b_{n-1}\dot{u} + b_n u$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

Forme canonique contrôlable. La représentation suivante de l'espace d'état est appelée forme canonique contrôlable :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [b_n - a_n b_0 | b_{n-1} - a_{n-1} b_0 : \cdots | b_1 - a_1 b_0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u$$

Forme canonique observable. La représentation suivante de l'espace d'état est appelée forme canonique observable :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u$$

Forme canonique diagonale

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} = b_0 + \frac{c_1}{s+p_1} + \frac{c_2}{s+p_2} + \cdots + \frac{c_n}{s+p_n}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_1 & & & 0 \\ & -p_2 & & \\ & & \cdot & \\ & & \cdot & \\ 0 & & & \\ \cdot & & & -p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u$$

Forme canonique de Jordan

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{(s+p_1)^3 (s+p_4)(s+p_5) \cdots (s+p_n)}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = b_0 + \frac{c_1}{(s+p_1)^3} + \frac{c_2}{(s+p_1)^2} + \frac{c_3}{s+p_1} + \frac{c_4}{s+p_4} + \cdots + \frac{c_n}{s+p_n}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -p_1 & 1 & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & -p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -p_4 & & 0 \\ \cdot & & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & & \cdot & \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & & -p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u$$

Sujet questionnaire AT54 – Apprentissage par renforcement profond

/10 points

• 1. Qu'est-ce qu'un Processus de Décision de Markov (PDM) fini ?

• 2. Dans le PDM, que représente la fonction de transition d'état 'p' ?

Compléter sa formulation ci-dessous avec les abréviations s, a, r et s', correspondant respectivement à l'observation, l'action, la récompense et l'observation au pas de temps suivant :

Formule de p : $p(\ldots|\ldots,\ldots)=Pr\{st=\ldots \mid st-1=\ldots,\ at-1=\ldots\}$

• 3. Qu'est-ce que le retour G ? Donner un exemple de formule de retour possible (simple ou pénalisé).

• 4. L'équation d'optimalité de Bellman $q*(s,a)$ est donnée par:

□ $q*(s,a)=\sum p(s' \mid s,a)s'[r+\gamma \max a' q*(s',a')]$

□ $q*(s,a)=\sum p(s',r \mid s,a)s',r[r+\gamma q*(s',a')]$

□ $q*(s,a)=\sum p(s',r \mid s,a)s',r[r+\gamma \max a' q*(s',a')]$

• 5. Donner le nom d'un algorithme de différences temporelles (TD-learning) étudié en cours et TP ?

• 6. En apprentissage par renforcement profond, par quelle structure sont représentées les fonctions valeurs et/ou la politique ?

• 7. Donner le nom des 3 familles d'algorithmes de l'apprentissage par renforcement profond ?

• 8. Expliquer le principe général de l'apprentissage par renforcement : quelle sont les principales composantes, les interactions entre ces composantes et l'objectif ?

Bonus de 0.5 point si présence d'un schéma correct.