

CP42	NOM :	Signature :
Final A05 (Tout document autorisé)		

Exercice I : (12 points)

En se plaçant dans un contexte de CAO, on désire modéliser une courbe de Bezier passant par les points A (0,1) et B (1,0) et garantissant une tangence horizontale ($X'(0)=1$ et $Y'(0)=0$).

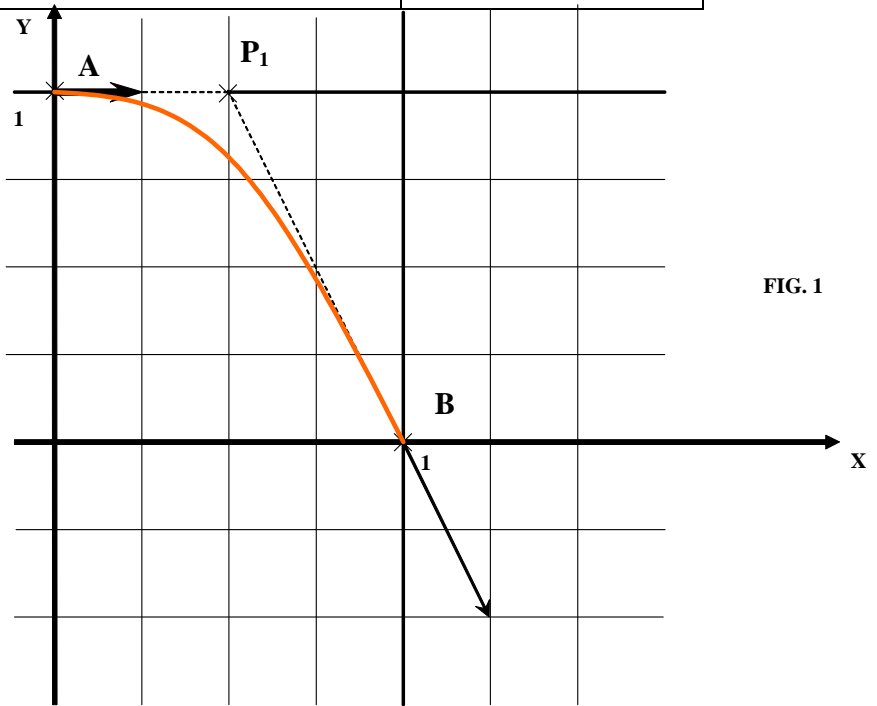


FIG. 1

- 1.1) Quel est le degré minimal de la courbe de Bezier pour garantir les conditions de modélisation ?

$n = 2$ car 3 contraintes

- 1.2) En écrivant les équations de la courbe de Bezier sous la forme :

$$X(t) = a_0.t^n + a_1.t^{n-1} + \dots + a_{n-1}.t + a_n$$

$$Y(t) = b_0.t^n + b_1.t^{n-1} + \dots + b_{n-1}.t + b_n$$

Donnez les coefficients a_i , b_i avec $i \in [0, n]$ et l'expression mathématique de la courbe.

$a_2=0 ; b_2=1$ $a_0+a_1+a_2=1 ; b_0+b_1+b_2=0$ $a_1=1 ; b_1=0$ donc $a_0=0$ et $b_0=-1$	$X(t)=t$ $Y(t)=-t^2+1$
--	---------------------------

- 1.3) Donnez l'expression de la tangente

$X'(t) = 1$ $Y'(t) = -2t$

- 1.4) Calculez la tangente à l'arrivée ($t=1$). Tracez la tangente sur la figure 1.

$X'(1) = 1$ $Y'(1) = -2$

- 1.5) Déduisez sans calcul les coordonnées des points de définition de la courbe de Bezier. Tracez la courbe sur la figure 1.

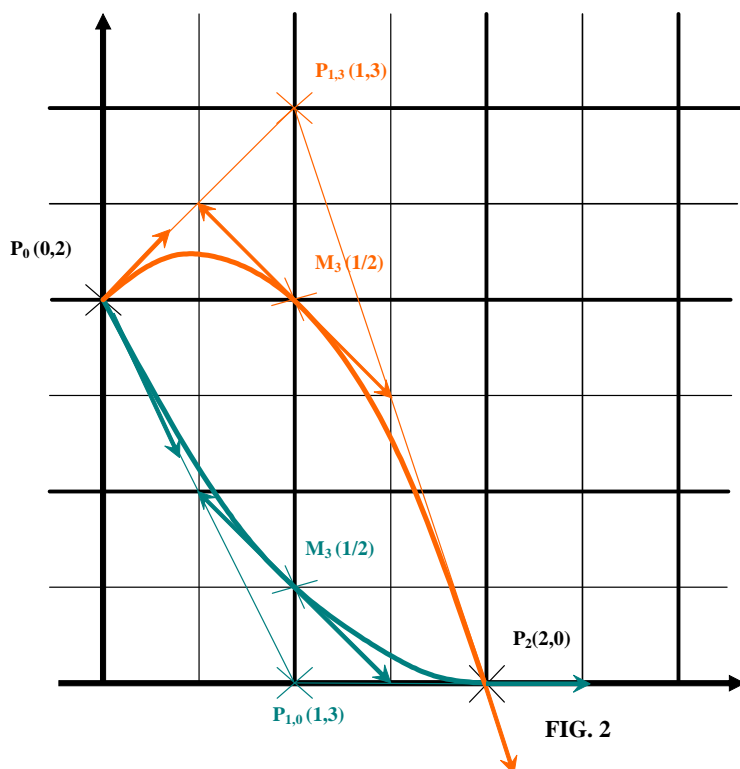
$P_0=A ;$ $P_1=(1/2,1)$ intersection des deux tangentes ; $P_2=B$

CP42	NOM :	Signature :
Final A05 (Tout document autorisé)		

Exercice II : (8 points)

Soient les points de contrôle $P_0(0,2)$, $P_1(1,a)$, $P_2(2,0)$ définissant la courbe de Béziers $\Gamma_0(a)$

- 2.1) Tracez les courbes de Béziers $\Gamma_0(a)$ pour $a = 3$ et $a = 0$ sur la figure 2. Matérialisez les points $M(1/2)$ en utilisant l'algorithme de Casteljau. Vous identifierez les tangentes caractéristiques (origine, $M(1/2)$, et arrivée).



- 2.2) Donnez les équations de $\Gamma_0(a)$.

$$X_{0,a}(t) = 2.t$$

$$Y_{0,a}(t) = 2.(1 - a).t^2 + 2.(a - 2).t + 2$$

- 2.3) Calculez les coordonnées du point $M(1/2)$.

$$X_{0,a}(1/2) = 1$$

$$Y_{0,a}(1/2) = (1 + a) / 2$$