

CP42	NOM :	Signature :
Final A05 (Tout document autorisé)		

Exercice I : (12 points)

En se plaçant dans un contexte de CAO, on désire modéliser une courbe de Bezier passant par les points A (0,1) et B (1,0) et garantissant une tangence horizontale ($X'(0)=1$ et $Y'(0)=0$).

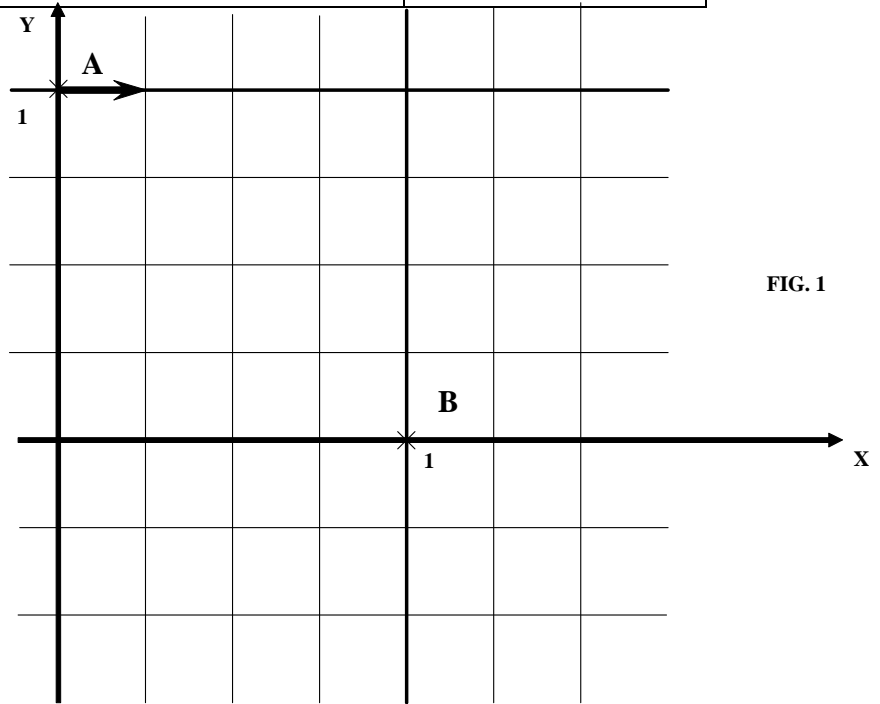


FIG. 1

- 1.1) Quel est le degré minimal de la courbe de Bezier pour garantir les conditions de modélisation ?

n =

- 1.2) En écrivant les équations de la courbe de Bezier sous la forme :

$$X(t) = a_0.t^n + a_1.t^{n-1} + \dots + a_{n-1}.t + a_n$$

$$Y(t) = b_0.t^n + b_1.t^{n-1} + \dots + b_{n-1}.t + b_n$$

Donnez les coefficients a_i , b_i avec $i \in [0, n]$ et l'expression mathématique de la courbe.

- 1.3) Donnez l'expression de la tangente

$X'(t) =$

$Y'(t) =$

- 1.4) Calculez la tangente à l'arrivée ($t=1$). Tracez la tangente sur la figure 1.

$X'(1) =$

$Y'(1) =$

- 1.5) Déduisez sans calcul les coordonnées des points de définition de la courbe de Bezier. Tracez la courbe sur la figure 1.

CP42	NOM :	Signature :
Final A05 (Tout document autorisé)		

Exercice II : (8 points)

Soient les points de contrôle $P_0(0,2)$, $P_1(1,a)$, $P_2(2,0)$ définissant la courbe de Béziers $\Gamma_0(a)$

2.1) Tracez les courbes de Béziers $\Gamma_0(a)$ pour $a = 3$ et $a = 0$ sur la figure 2. Matérialisez les points $M(1/2)$ en utilisant l'algorithme de Casteljau. Vous identifierez les tangentes caractéristiques (origine, $M(1/2)$, et arrivée).

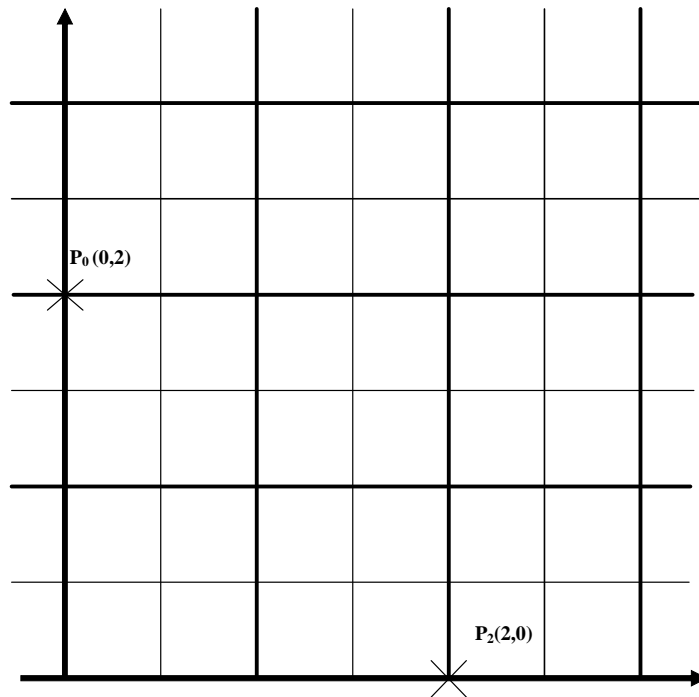


FIG. 2

2.2) Donnez les équations de $\Gamma_0(a)$.

$X_{0,a}(t) =$ $Y_{0,a}(t) =$

2.3) Calculez les coordonnées du point $M(1/2)$.

$X_{0,a}(1/2) =$
$Y_{0,a}(1/2) =$