CP42	NOM :	Signature :
Final P06 (Tout document autorisé)		

Exercice I : (12 points)

En CAO, on désire modéliser une courbe passant par les points A (0,0), B (2,1) et C (3,0) et garantissant des tangences verticales en A et C et une tangence inclinée de 30° par rapport à l'axe X en B.

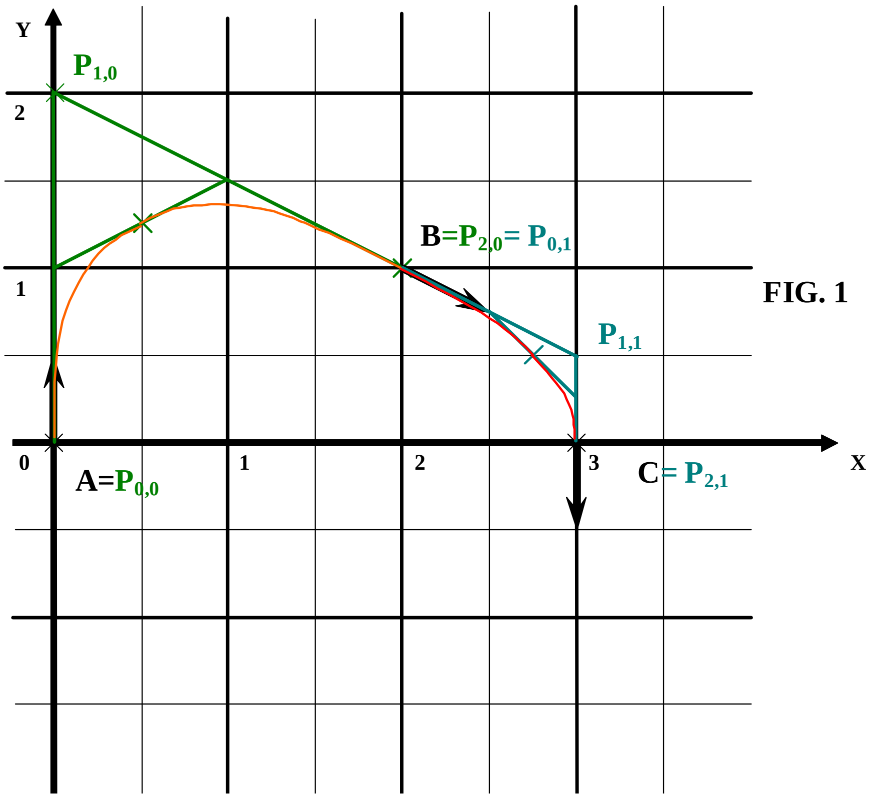

FIG. 1

1.1) Quel est le degré minimal de la courbe de Bezier pour garantir les conditions de modélisation ?

n = (n^{br} ctr CAO) – 1 = 5

1.2) Afin de simplifier, on souhaite tracer deux courbes de Bezier de degrés 2. Une courbe ($\mathcal{D}_0$) entre A et B et une autre courbe ($\mathcal{D}_1$) entre B et C. Placer sur la figure1, les points $P_{0,0}$; $P_{1,0}$; $P_{2,0}$ pour $\mathcal{D}_0$ et les points $P_{0,1}$; $P_{1,1}$; $P_{2,1}$ pour $\mathcal{D}_1$ afin de **satisfaire les contraintes de tangence** en A,B et C.

1.3) Donner sans calcul les coordonnées des points $P_{1,0}$ et $P_{1,1}$

$P_{1,0}$ = (0,2) $P_{1,1}$ = (3,1/2)

1.4) Placer sur le figure 1, les points $M_0(1/2)$ et $M_1(1/2)$ en utilisant l'algorithme de Casteljau et tracer les deux courbes $\mathcal{D}_0$ et $\mathcal{D}_1$ sur le figure 1.

1.5) Donnez les équations de $\mathcal{D}_0$ et de $\mathcal{D}_1$

$\mathcal{D}_0$: $X_0(t) = 2t^2$

$Y_0(t) = -3t^2 + 4t$

$\mathcal{D}_1$: $X_1(t) = -t^2 + 2t + 2$

$Y_1(t) = 1-t$

CP42	NOM :	Signature :
Final P06 (Tout document autorisé)		

Exercice II : (8 points)

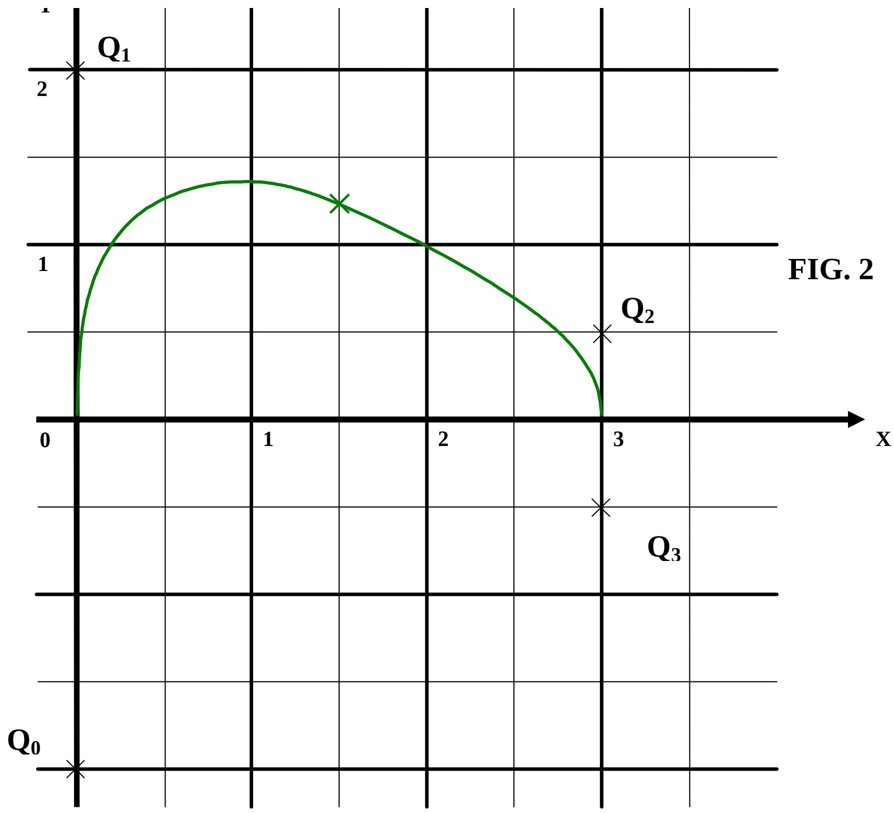

FIG. 2

Soient les points de contrôle $Q_0(0,-2)$, $Q_1(0,2)$, $Q_2(3,1/2)$ et $Q_3(3,-1/2)$ définissant la courbe Spline Γ_0 de degré 2

On rappelle :

$$\overrightarrow{OM_k}(t) = \sum_{i=0}^{i=n} R_n^i(t)\,\overrightarrow{OQ_{k+i}}$$

et

$$R_n^i(t) = \frac{1}{n!}\cdot\sum_{k=0}^{k=n-i}(-1)^k \cdot C_{n+1}^k (t+n-i-k)^n$$

2.1) Donnez les équations des deux arcs de cette courbe $\mathcal{C}_0$ et $\mathcal{C}_1$

$\overrightarrow{OM_0}$ (t) :

$X_0(t) =$ $3/2\ t^2$

$Y_0(t) =$ $-11/4\ t^2 + 4t$

$\overrightarrow{OM_1}$ (t) :

$X_1(t) =$ $-(3/2)t^2 + 3t + 3/2$

$Y_1(t) =$ $t^2/4 - (3/2)t + 5/4$

2.2) Proposer un tracé de cette courbe sur la figure 2