CP42 - Final A07 Tous les documents sont autorisés	NOM :	Signature :

Exercice 1

Soient les points de contrôle $P_0(0,0)$, $P_1(-1,\lambda)$, $P_2(0,2)$ $P_3(0,1)$ définissant la courbe de Béziers Γ_0.

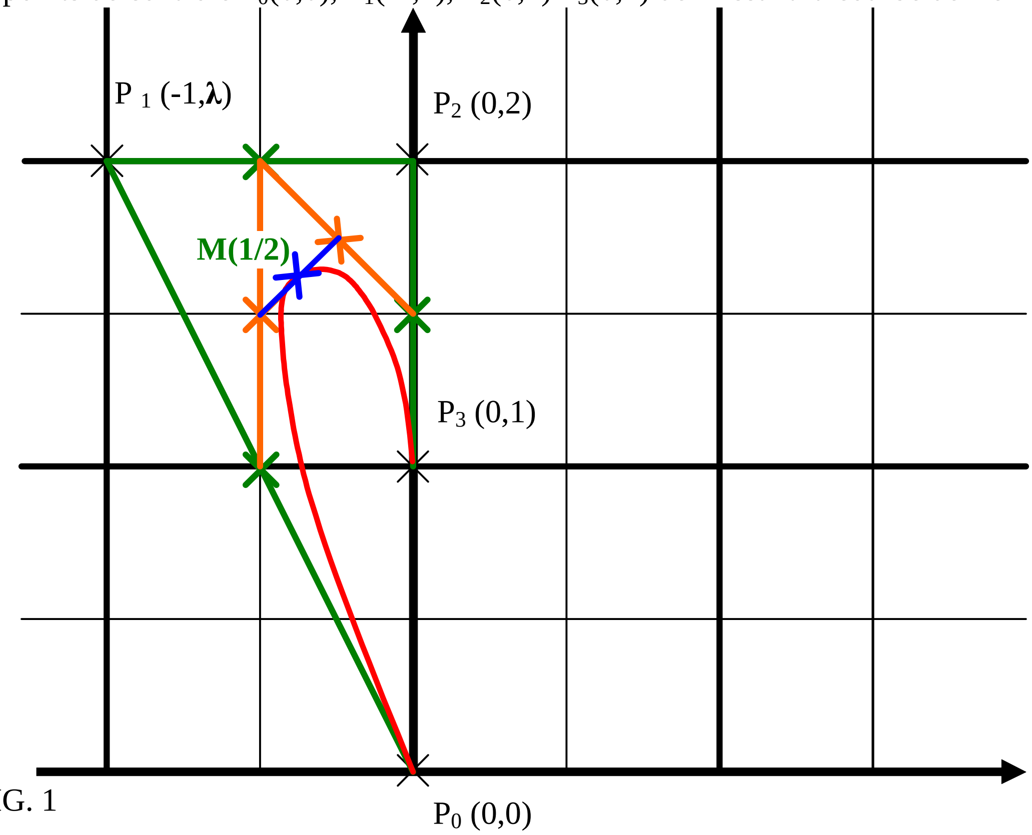

FIG. 1

1.1) Tracez le point M (1/2) en utilisant l'algorithme de Casteljau (avec $\lambda=2$).
1.2) Tracez la courbe de Béziers Γ_0 en matérialisant les tangentes connues (avec $\lambda=2$).
1.3) Donnez l'expression mathématique de cette courbe avec λ quelconque.

$X_\lambda(t) = -3t^3+6t^2-3t$

$Y_\lambda(t) = t^3(3\lambda-5)+6t^2(1-\lambda)+3\lambda t$

1.4) Calculez les coordonnées de $M_2(1/2)$ avec $\lambda=2$

$X_2(1/2) = -3/8$
$Y_2(1/2) = 13/8$

1.5) Donnez l'expression de la tangente $\frac{d\overrightarrow{OM_\lambda(t)}}{dt}$ avec λ quelconque.

$X'_\lambda(t) = -9t^2+12t-3$

$Y'_\lambda(t) = 3t^2(3\lambda-5)+12t(1-\lambda)+3\lambda$

1.6) Déterminez la valeur de t_0 tel que la tangente au point $M_2(t_0)$ soit horizontale avec $\lambda=2$

$t_0 = 2-\sqrt{2}$

1.7) Déterminez la valeur de λ_0 tel que la tangente au point $M_{\lambda_0}(1/2)$ soit horizontale

$\lambda_0 = 3$

Exercice 2

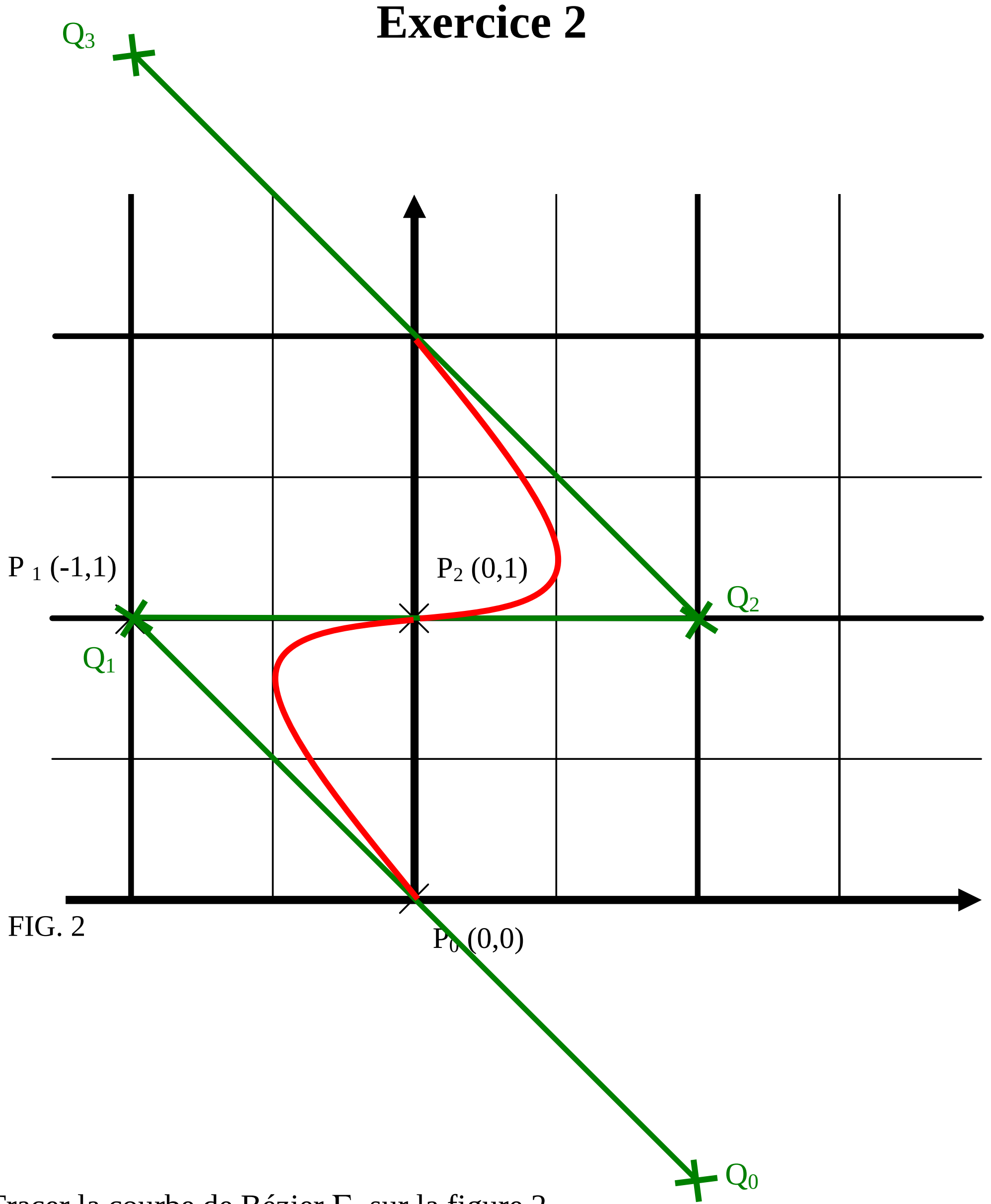

FIG. 2

2.1) Tracer la courbe de Bézier Γ_1 sur la figure 2.

2.2) Quel est le degré de cette courbe ?

Nbr de points de définition -1 = 2

2.3) On considère la courbe Γ_2 symétrique de Γ_1 par rapport au point P_2. Tracer cette courbe sur la figure 2

2.4) On souhaite transformer les deux courbes de Bézier (Γ_1 , Γ_2) en une courbe BSpline. Les deux courbes permettent-elles de faire cette transformation ? Justifiez.

Les deux courbes ont le même degré (n=2), un raccord de C_{n-1} est garanti (même tangente au niveau du point de raccordement P_2.

2.5) Placer sur la figure 2 les points de définition Q_i de la courbe BSpline (sans point multiple)