

CP42	NOM :	Signature :
Final P07		

Tous les documents sont autorisés

Exercice I : (8 points)

Soient les points de contrôle $P_0(0,2)$, $P_1(0,0)$, $P_2(2,0)$, $P_3(2,2)$ définissant la courbe de Béziérs Γ_0 .

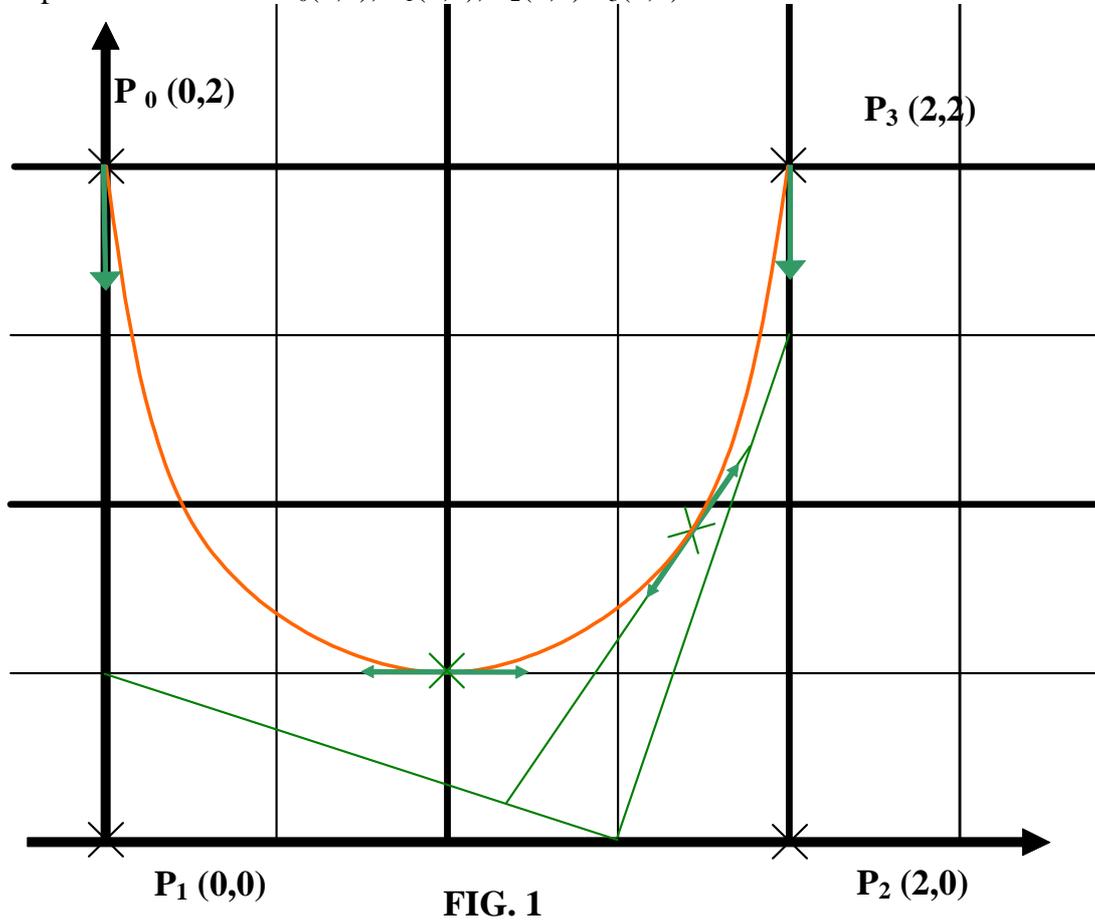


FIG. 1

- 1.1) Tracer le point $M_0(3/4)$ en utilisant l'algorithme de Casteljau.
- 1.2) Tracer la courbe de Béziérs Γ_0 en matérialisant les tangentes connues.
- 1.3) Donnez l'expression mathématique de cette courbe.

$$X_0(t) = 6t^2 - 4t^3$$

$$Y_0(t) = 2 - 6t + 6t^2$$

- 1.4) Calculez les coordonnées de $M_0(1/2)$

$$X_0(1/2) = 1$$

$$Y_0(1/2) = 1/2$$

- 1.5) Donnez l'expression de la tangente. Que peut-on dire de la tangente en $M_0(1/2)$?

$$X'_0(t) = 12t - 12t^2$$

$$X'_0(1/2) = 3$$

$$Y'_0(t) = -6 + 12t$$

$$Y'_0(1/2) = 0$$

Conclusion : Tangente horizontale

CP42	NOM :	Signature :
Final P07		

$Y'_0(t) =$

Exercice II : (6 points)

Soient les points de contrôle $P_{0,0}(0,0)$, $P_{0,1}(2,0)$ définissant la courbe de Béziers Γ_0 et les points de contrôle $P_{2,0}(2,2)$, $P_{2,1}(4,2)$, $P_{2,2}(4,0)$ définissant la courbe de Béziers Γ_2 .

On souhaite raccorder les deux courbes Γ_0 et Γ_2 avec la courbe Γ_1 au point $P_{0,1}$ pour Γ_0 et au point $P_{2,0}$ pour Γ_2 . On souhaite assurer un **seul** raccord en **tangence** au niveau de la courbe Γ_0 et un raccord simple au niveau de la courbe Γ_2 .

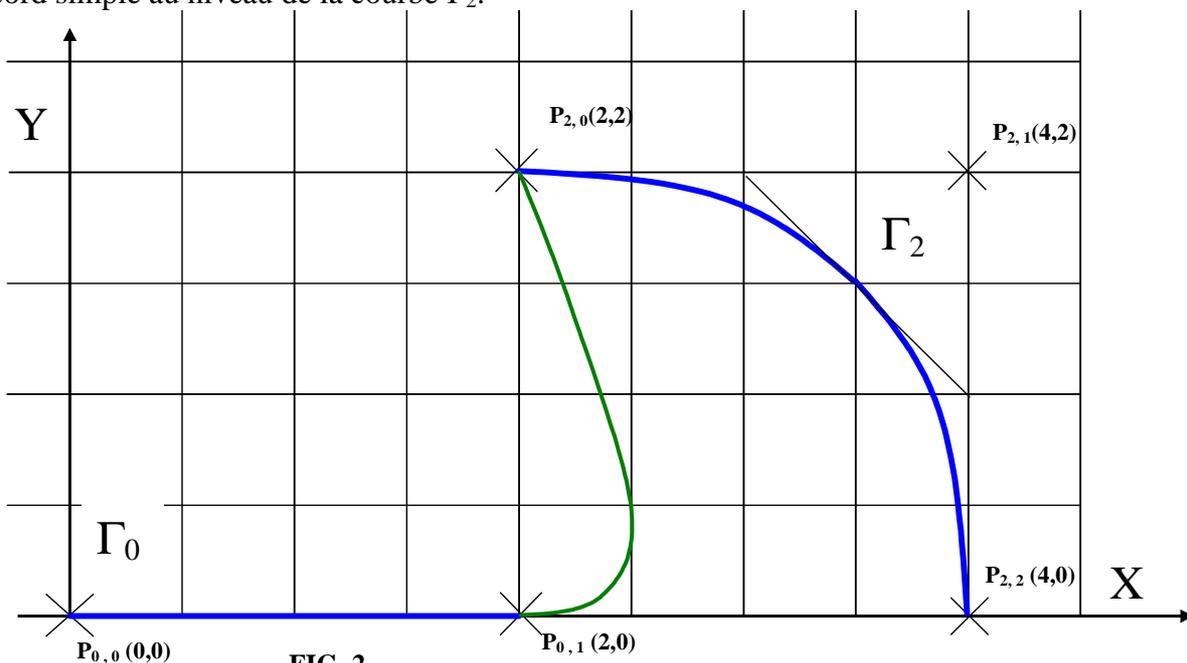


FIG. 2

2.1) Quel est le degré minimal de la courbe de Bézier Γ_1 permettant le raccord en tangence avec la courbe Γ_0 .

$D^\circ = 2 \text{ passages} + 1 \text{ tangence} - 1 = 2$

2.2) Donnez sans calcul les coordonnées des points de définition de cette courbe Γ_1 .
Remarque : ne remplir que les points nécessaires, barrer ceux qui ne le sont pas.

$P_{1,0}(2, 0)$, $P_{1,1}(3, 0)$, $P_{1,2}(2, 2)$, $P_{1,3}(\text{---}, \text{---})$,
 $P_{1,4}(\text{---}, \text{---})$, $P_{1,5}(\text{---}, \text{---})$, $P_{1,6}(\text{---}, \text{---})$

2.3) Donnez l'équation de la courbe Γ_1 .

$X_1(t) = -2t^2 + 2t + 2$
 $Y_1(t) = 2t^2$

2.4) Tracez la courbe

CP42	NOM :	Signature :
Final P07		

Exercice III : (6 points)

Soit le carreau de Bézier S1 défini par les points de définition $P_{0,0}$, $P_{0,1}$, $P_{0,2}$, $P_{1,0}$, $P_{1,1}$, $P_{1,2}$, $P_{2,0}$, $P_{2,1}$, $P_{2,2}$.

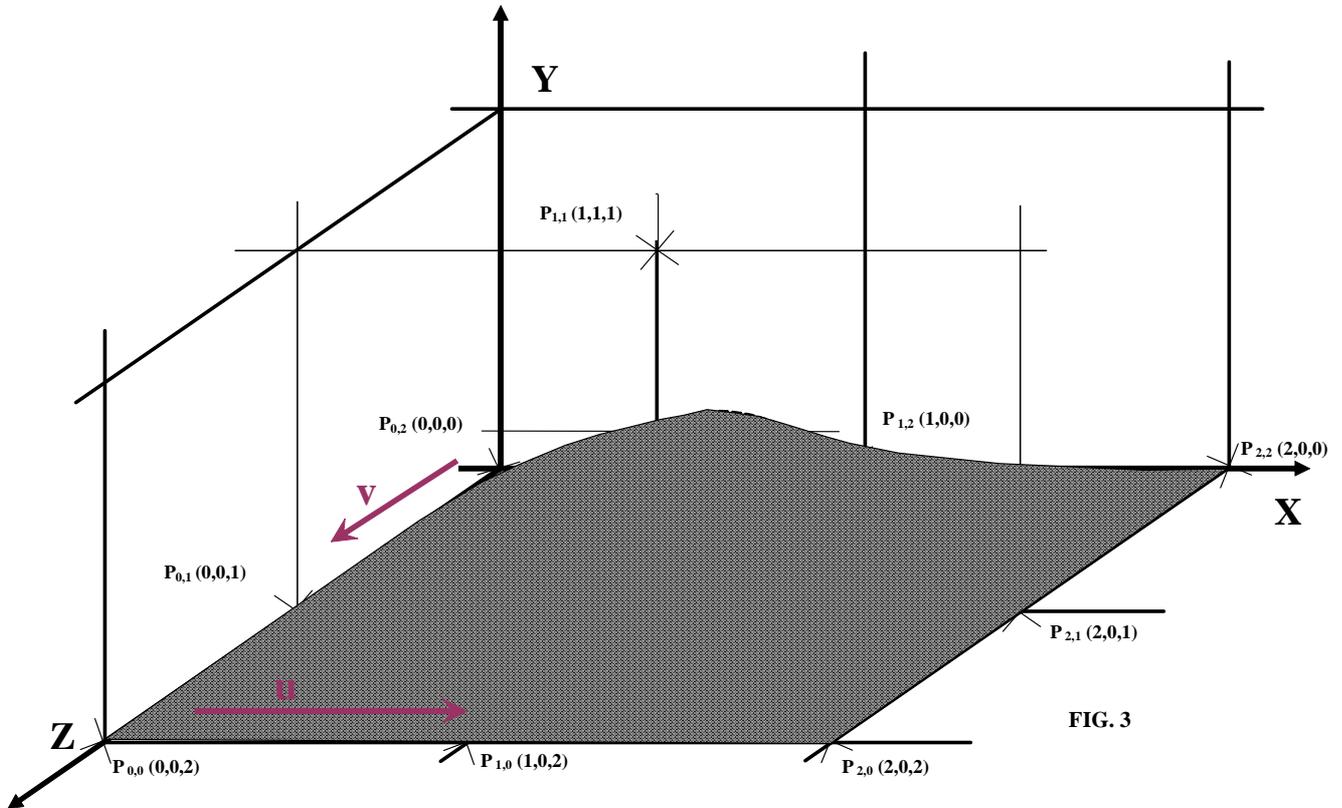


FIG. 3

3.1) Quel est le degré du carreau S1.

(2,2) car il ya 3 points de définition dans chacune des directions

3.2) On désire trouver la courbe isoparamétrique $u=1/2$ tracée sur le carreau de Bézier S1. Quel est le degré de cette courbe ?

2

3.3) Quel est le degré de la courbe tracée sur S1 dont l'équation est $u = 1 - v$?

4

3.4) Quels sont les points de début et de fin de cette courbe

$P_{0,0} (0,0,2)$

$P_{2,2} (2,0,0)$