Final CP42

Deux parties à rédiger séparément

Partie I (13 points)
Aucun document autorisé

1 Modélisation des familles de pièces et arbre CSG

Soit un ensemble des pièces {P1, P2, …., P6} (Figure 1) et un ensemble des features de conception {a,b,c,d,e,f,g} (Figures 2). Le problème de modélisation est de définir les pièces mères et leurs familles correspondantes.

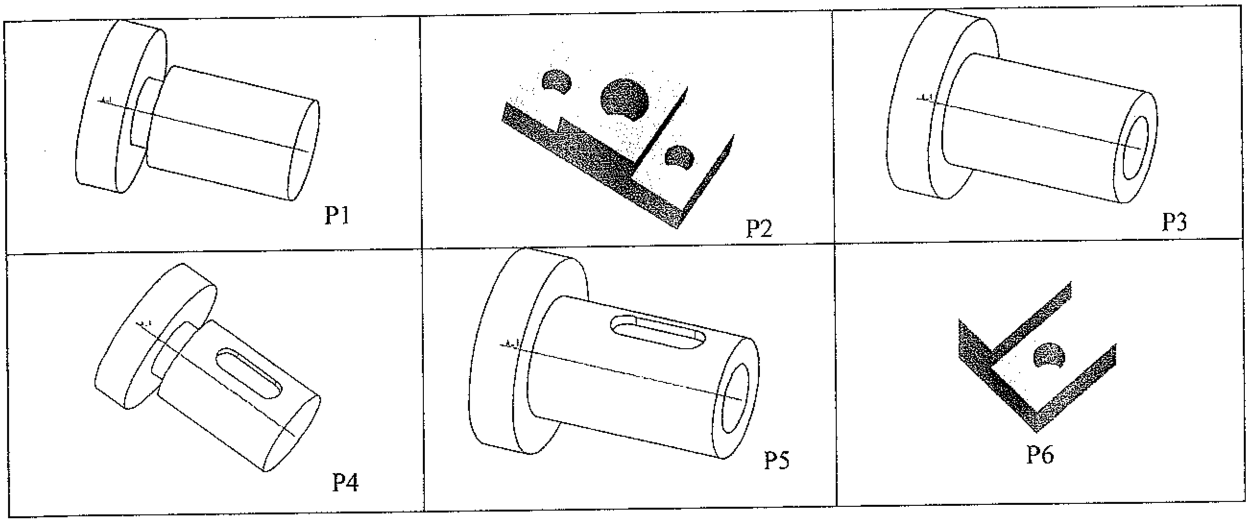


Figure1 : Ensemble de pièces

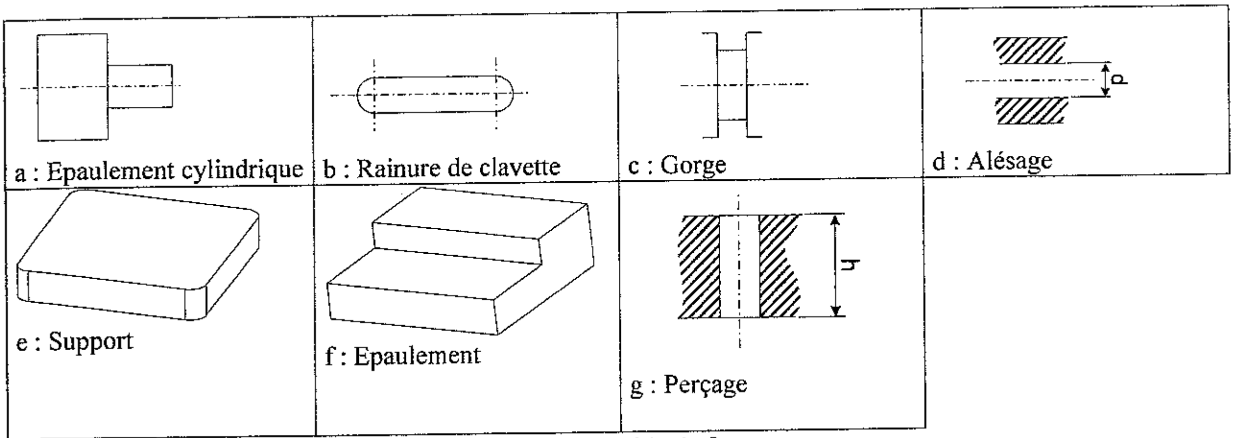


Figure 2 : Ensemble de features

a. Construire la matrice Pièce-Feature.
b. Représenter les relations entre les Features par la matrice Feature-Feature et le graphe Feature-Feature.
c. Transformer la matrice Feature-Feature en matrice Floue Feature-Feature.
d. En utilisant une mesure de ressemblance strictement supérieure à **0**, montrer que l'on peut trouver des pièces-mères maximales différentes.
e. Comparer le résultat avec le graphe Feature-Feature. Que peut-on conclure sur les sous-graphes correspondants aux pièces mères maximales ?

f. Représenter chaque pièce mère maximale par son arbre CSG.
g. Expliquer, comment à partir de chaque arbre CSG des pièces mères maximales, peut-on générer les «pièces enfants».

2 Modélisation Robuste

La fonction principale **F1** d'un arbre de transmission est : « *Transmettre un couple Cm* ». Dans le cas de l'arbre (Figure 3), cette fonction peut se décomposer en trois sous-fonctions, à savoir :

F11 : Recevoir le couple Cm ;
F12: Transmettre le couple Cm ;
F13: Guider en rotation.

La modélisation CAO de cet arbre montre la décomposition en **trois régions** (Figure 4).

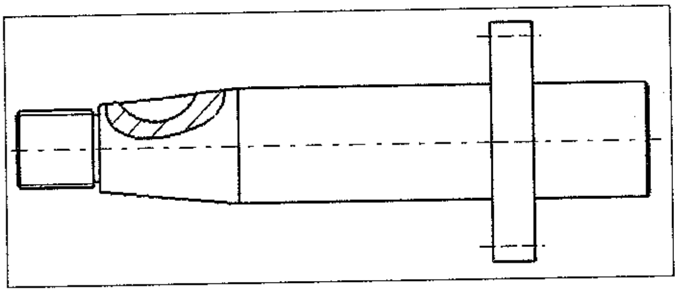


Figure 3 : Arbre de transmission

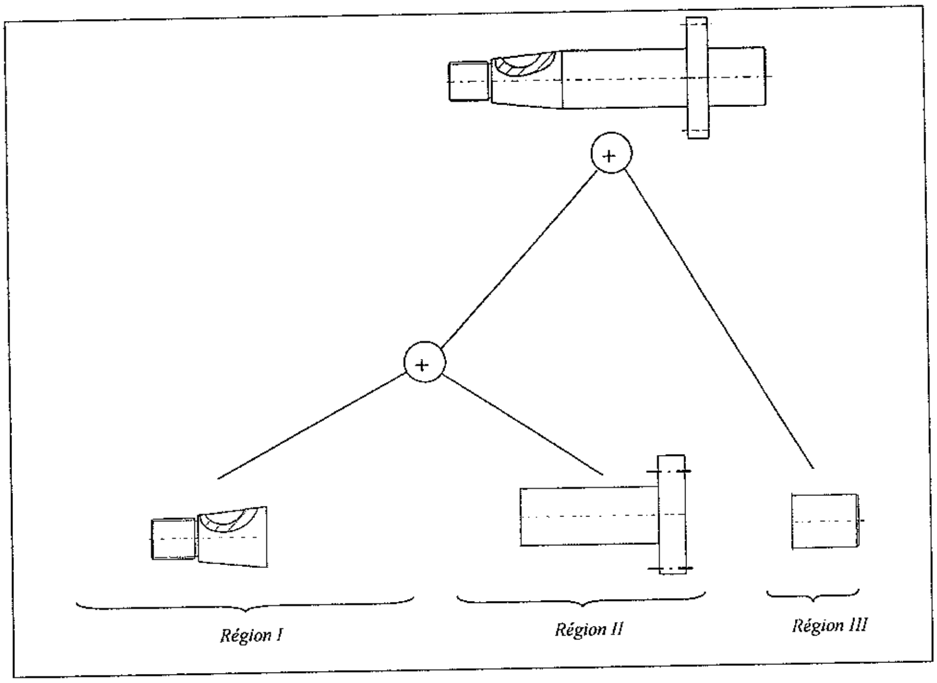


Figure 4 : Modélisation CAO

1. Distinguer dans l'arbre (Figure 3) les solutions répondant à chaque sous-fonction.
2. La relation entre les sous-fonctions et les solutions est exprimée par l'équation de la conception, à savoir :

$$[FR]=[A][DP]$$

Pour la décomposition proposée, définir la matrice des sous-fonctions $[FR]$, la matrice de la conception $[A]$ et la matrice des solutions $[DP]$.

3. Montrer pourquoi la modélisation CAO (Figure 4) ne satisfait pas l'axiome de l'indépendance.

4. Proposer une modélisation conforme à l'axiome de l'indépendance.

3 B.Rep et opérations sur solides

1. Montrer que le solide (figure 5) représente un solide non-manifold. Peut-on représenter ce solide par B.Rep ?

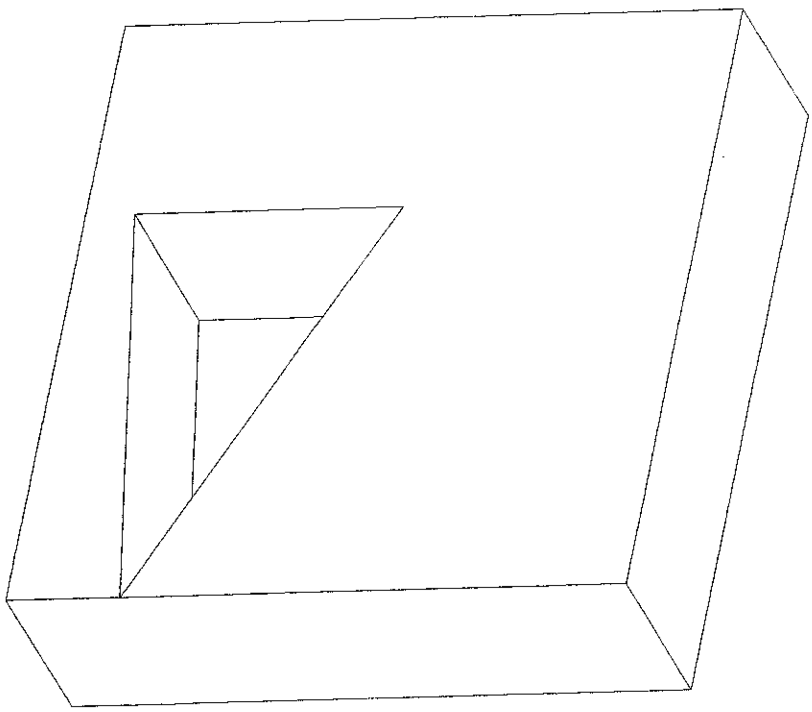


Figure 5

2. Soit donné trois entités solides A, B, C (Figure 6)
   - En utilisant uniquement ces entités et l'opération de soustraction donner la conjecture, par l'arbre CSG, pour la modélisation de la <Pièce> (Figure 6) ;
   - Si ces entités représentent des features d'usinage, la modélisation de la <Pièce> (Figure 6) par ces features représente–t-elle une bonne conjecture? Justifier votre réponse ?

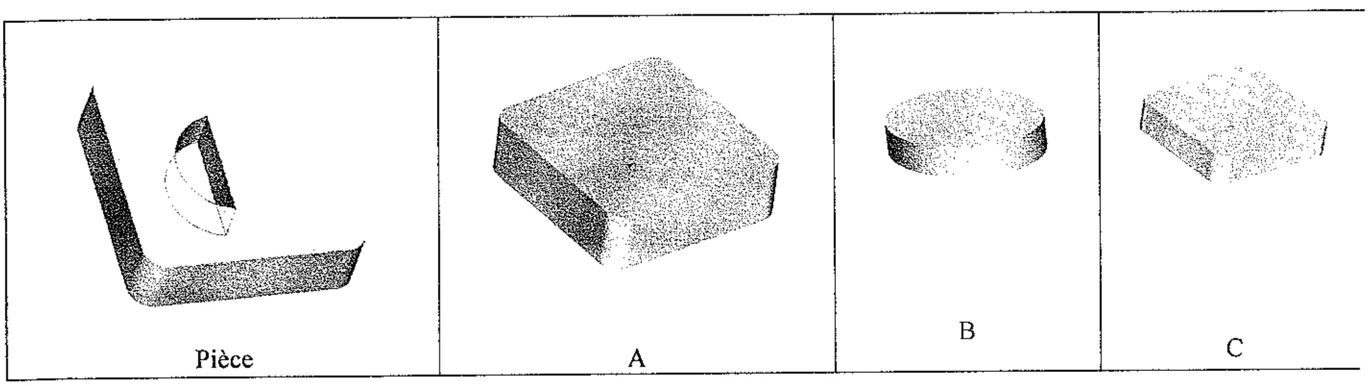
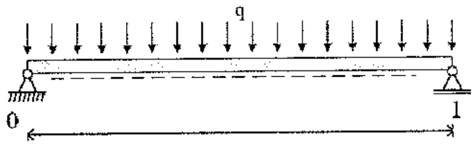


Figure 6

Partie II (7 points)
<u>Une page recto format A4 de notes manuscrites autorisée</u>



On considère le problème d'un barreau en flexion de longueur 1, voir la figure, et de coefficient de flexion unitaire. Il est régi par l'équation différentielle

$$u'''' = q \text{ dans }]0, 1[. \tag{1}$$

Ses deux extrémités sont simplement posées, c'est à dire que les déplacements y sont nuls,

$$u(0) = u(1) = 0, \tag{2}$$

ainsi que les moments de flexion

$$u'''(0) = u'''(1) = 0. \tag{3}$$

On introduit la formulation variationnelle,

$$\begin{aligned} &u \in \mathcal{V} = \{v \in \mathcal{C}^2(0,1) \mid v(0) = v(1) = 0\} \\ &\int_0^1 u''v'' - qv \, dx = 0 \text{ pour tout } v \in \mathcal{V}. \end{aligned} \tag{4}$$

1. Montrer que la formulation locale (1, 2, 3) des équations implique la formulation variationnelle (4).

L'intervalle $[0, 1]$ est partagé en segments $e_i = [x_i, x_{i+1}]$ avec $x_i = (i-1)/2$ pour $i \in \{1, 2, 3\}$. On approche la solution par une fonction de classe $\mathcal{C}^1(0, 1)$ et polynomiale du troisième ordre sur chaque intervalle, que l'on note $u_h \in \mathcal{P}^3(0, 1)$. On choisit comme degrés de liberté globaux les valeurs et les dérivées aux noeuds des intervalles

$$u_{2n-1} = u(x_n) \text{ et } u_{2n} = u'(x_n) \text{ pour } n \in \{1, 2, 3\}$$

et les degrés de liberté locaux

$$u_1^{e_i} = u(\xi_1^{e_i}),\ u_2^{e_i} = u'(\xi_1^{e_i}),\ u_3^{e_i} = u(\xi_2^{e_i}) \text{ et } u_4^{e_i} = u'(\xi_2^{e_i})$$

sur un intervalle $[\xi_1^{e_i}, \xi_2^{e_i}]$.

2. Calculer les degrés de libertés locaux dans le premier élément e_1 pour la fonction $u(x) = x^2$.

3. Calculer les degrés de liberté globaux de la même fonction sur tout le domaine $(0, 1)$.

4. Indiquer les quatre conditions que doit vérifier la première fonction de base N_1 dans un intervalle $e = (\xi_1, \xi_2)$. Vérifier que la fonction

$$N_1(\xi) = -4\,(\xi_2 - \xi)^2\,(4\xi_1 - 4\xi - 1)$$

les vérifie bien dans un intervalle de longueur 1/2.

On admet l'expression des autres fonctions de forme,

$N_2(\xi) = -4\,(\xi_2 - \xi)^2\,(\xi_1 - \xi)$, $N_3(\xi) = 4\,(\xi_1 - \xi)^2\,(4\xi_2 - 4\xi + 1)$, $N_4(\xi) = -4\,(\xi_1 - \xi)^2\,(\xi_2 - \xi)$.

L'application de la méthode de Galerkin conduit à la formulation variationnelle du problème discrétisé,

$u_h \in \mathcal{V}_h = \{v \in \mathcal{P}^3(0,1) \mid v(0) = v(1) = 0\}$, $\displaystyle\int_0^1 u_h'' v_h'' + u_h v_h - q v_h \, dx = 0$ pour tout $v_h \in \mathcal{V}_h$.

5. Donner l'expression de l'intégrale $\int_0^1 u_h'' v_h''\, dx$ sans effectuer les calculs, introduire au passage l'expression de la matrice élémentaire A^e.

6. Calculer A^e_{11} (qui est la même sur chaque élément).

On admet l'expression de la matrice élémentaire $A^e = \begin{pmatrix} 96 & 24 & -96 & 24 \\ 24 & 8 & -24 & 4 \\ -96 & -24 & 96 & -24 \\ 24 & 4 & -24 & 8 \end{pmatrix}$ ainsi

que le vecteur élémentaire attaché à l'intégrale $\int_{e_i} q v_h\, dx$ lorsque $q = 1$, $F^e = \frac{1}{48}\begin{pmatrix} 12 \\ 1 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$

(indépendant de l'élément).

7. Déterminer la matrice globale A et le vecteur global F associé au second membre.

8. En déduire le système système linéaire à résoudre. Pour cela, on tiendra compte de la forme particulière de l'espace des fonctions admissibles.

9. La solution obtenue est $U = \begin{pmatrix} 0 & 0.042 & 0.013 & 0 & 0 & -0.042 \end{pmatrix}^T$. Déterminer l'expression de la solution dans le premier élément sous forme d'un polynôme du troisième ordre dont on donnera les coefficients.