Final CP42
Aucun document autorisé
(Deux parties à rédiger séparément)

Partie I (13 points)

1. MODELISATION ET ARBRE CSG

Soit le modèle de CAO nommé « Pièce » (figure1) avec ses quatre vues de modélisation, à savoir : ***(1) vue conception, (2) vue fabrication, (3) vue calcul et (4) vue assemblage.***

Considérons la ***vue conception.*** L'arbre CSG du **modèle générique** *(pièce mère)* est le résultat d'une conjecture de **conception pour la configuration** (*familles de pièces*) et de l'application des règles formelles de la syntaxe, à savoir

R1: *<arbre>:=<objet>*
R2: *<arbre>:=<arbre> <opération de Boole> <arbre>*
R3: *<arbre>:=<arbre> <opération de transformation> <arguments de transformation>*

1. Trouver les parties droite et gauche de chaque règle.
2. Représenter cette conjecture par l'arbre CSG.
3. Expliquer, comment à partir de cet arbre CSG du modèle générique, peut-on générer des « *pièces enfants* ».

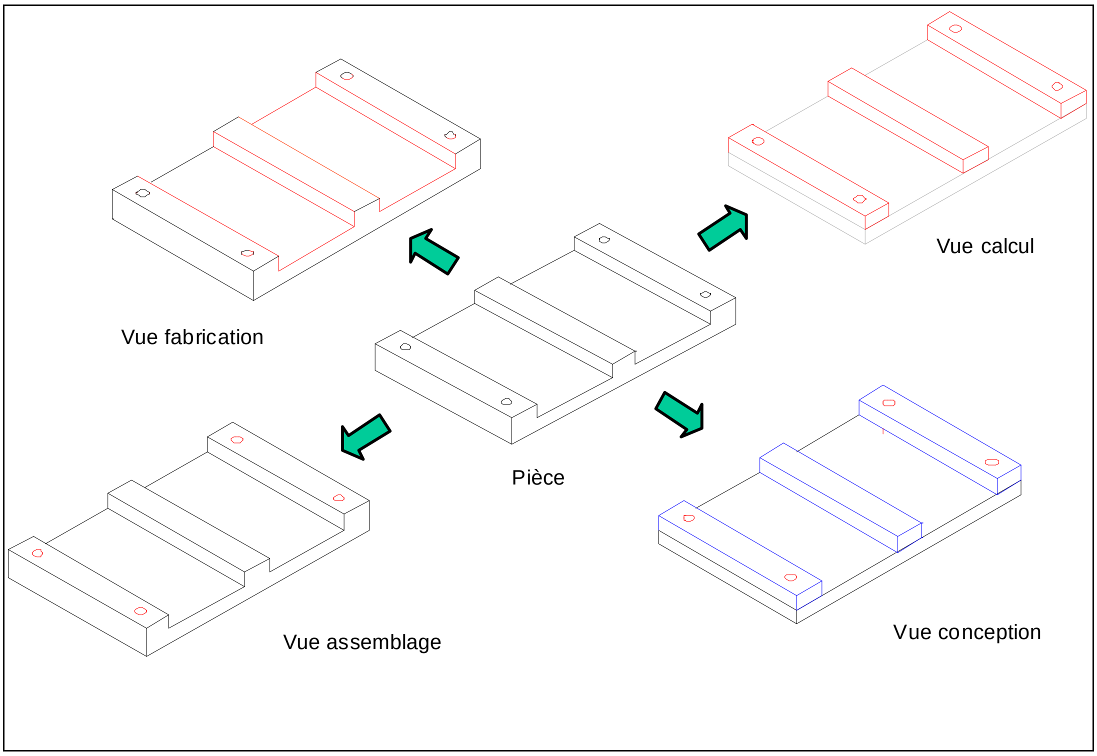


Figure 1

2. RECONNAISSANCE AUTOMATIQUE DE FEATURES

Soit le modèle CAO (figure 1). Pour la Fabrication Assistée par l'Ordinateur (FAO), un logiciel de reconnaissance automatique de features est développé en utilisant le formalisme de théorie de graphe. Le logiciel reconnaît les features selon la ***vue fabrication***.

1. Sachant que la modélisation de la pièce est réalisée avec une conjecture ***« conception pour la configuration ,*** justifier l'utilité du logiciel de reconnaissance automatique de features.
2. Donner la représentation de features « *trou cylindrique débouchant* » et *« rainure* » par le graphe attribué $G = (M, A, T)$;
3. Développer les étapes de la reconnaissance sur ce modèle ;

3. MODELISATION DES FAMILLES DE PIECES

Soit un ensemble de pièces P et un ensemble de features F, dont leurs cardinaux sont respectivement 50 (nombre de pièces) et 7 (nombre de features). Le problème de modélisation est de définir les pièces mères et leurs familles correspondantes.

1. Soit la matrice floue *feature-feature*, définissant la relation entre les features dans l'ensemble de pièces. Quel est le graphe *feature-feature*, dont cette matrice est le résultat?

	a	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***
a	–	***0.4***	***0.4***	***0***	***0***	***0***	***0***
b		–	***0.4***	***0***	***0***	***0***	***0***
c			–	***0***	***0***	***0***	***0***
d				–	***0.6***	***0.6***	***0.6***
e					–	***0.6***	***0.6***
f						–	***0.6***
g							–

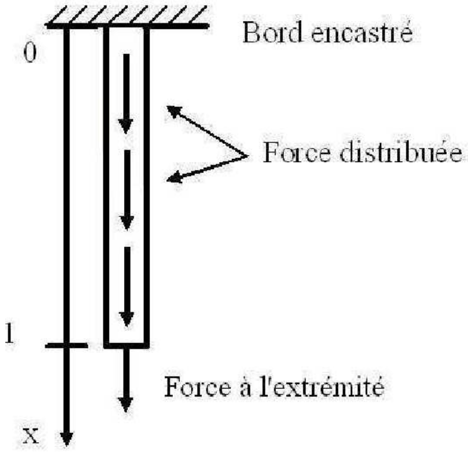
Matrice floue *feature-feature*

2. En utilisant une mesure de ressemblance μ>0.35, trouver les pièces mères en fonction de l'ensemble de features.
3. Comparer le résultat avec le graphe *feature-feature*. Que peut-on conclure sur les sous-graphes correspondants aux pièces mères ?

4. QUESTIONS SUR LES CONCEPTS (<u>REPONSES EN UNE PHRASE</u>):

1. Quelles sont les méthodes de modélisation des pièces en CAO ?
2. Quelle est la différence entre la représentation CSG et la représentation B.Rep?
3. Enoncer l'observation à partir de laquelle la représentation B.Rep est fondée ?
4. Quelle est la différence entre une face et une surface ?
5. Comment la propriété concernant le volume d'un objet manifold s'énonce-t-elle?
6. Donner la définition du « feature » ;
7. Donner la formulation de l'axiome d'absorption (Algebre de Boole);

PARTIE II (7 points)



On considère le problème de la déformation d'un barreau élastique homogène de longueur unitaire, de module d'Young $E = 1$ et dont le déplacement est noté u. Le barreau est encastré à une extrémité et est soumise à une force g à l'autre, de plus il est soumis à l'effet d'une force distribué égale à l'opposé du champs des déformations u'. Ainsi, le champs de déplacement u est solution du problème aux limites

$$-u'' + u' = 0 \text{ dans }]0,1[\text{ avec } u(0) = 0 \text{ et } u'(1) = g. \tag{1}$$

La formulation variationnelle associée est

$$u \in \mathcal{V} = \{v \in \mathcal{C}^1(]0,1[),\ v(0) = 0\} \tag{2}$$
$$\int_0^1 u'v' + u'v\ dx - gv(1) = 0 \text{ pour tout } v \in \mathcal{V}.$$

1. Démontrer que la formulation variationnelle (2) implique le problème aux limites (1). On ne démontrera pas la réciproque.

On considère un maillage à 2 éléments de l'intervalle $[0,1]$:

$$e_1 = [0, \frac{1}{2}] \text{ et } e_2 = [\frac{1}{2}, 1],$$

dont les *noeuds* sont $x_1 = 0$, $x_2 = 1/2$ et $x_3 = 1$. On choisit un espace d'interpolation $\mathcal{P}^2(0,1)$ des fonctions continues sur l'intervalle complet $[0,1]$ et quadratique sur chaque élément. Ainsi, les fonctions de forme sur un élément sont du type

$$N_k(x) = a_k x^2 + b_k x + c_k.$$

Etant donné un élément $e = [\xi_1^e, \xi_2^e]$, on choisit trois degrés de liberté locaux sur chaque élément: la valeur à gauche $u_1^e = u(\xi_1^e)$, l'intégrale $u_2^e = \displaystyle\int_{\xi_1^e}^{\xi_2^e} u(x)\,dx$ et la valeur à droite $u_3^e = u(\xi_2^e)$. On insiste sur le fait que le second degré de liberté est différent de celui envisagé en cours qui était la valeur de u au milieu de l'intervalle. D'après le cours, un degré de liberté de u est une application linéaire de u, si bien qu'il est loisible de choisir une intégrale de u comme degré de liberté.

2. Expliciter les trois degrés de liberté d'une fonction u dans le premier élément $e_1 = (0, \frac{1}{2})$.

3. Quelles sont les équations que doit vérifier la seconde fonction de forme $N_2^{e_1}$ (c'est à dire la fonction de forme associée au second degré de liberté) du premier élément.

4. Vérifier que $N_2^{e_1}(x) = 24x - 48x^2$ en vérifiant que cette fonction vérifie bien les équations trouvées à la question précédente.

5. Formuler l'application de la méthode de Galerkin. On note u_h l'approximation de u.

6. Etablir l'expression de l'intégrale $\int_0^1 u_h' v_h \, dx$ en fonction des vecteurs $V^{e_i} = \begin{pmatrix} v_1^{e_i} & v_2^{e_i} & v_3^{e_i} \end{pmatrix}^T$ et $U^{e_i} = \begin{pmatrix} u_1^{e_i} & u_2^{e_i} & u_3^{e_i} \end{pmatrix}^T$ des degrés de liberté locaux et de $N^{e_i}(x) = (N_1^{e_i}(x), N_2^{e_i}(x), N_3^{e_i}(x))^T$ le vecteur des fonctions de forme.

Dans la suite, on admet que la matrice élémentaire associée à cette intégrale est $C^e = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ -2 & 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, que l'intégrale

$$\int_0^1 u_h' v_h' \, dx = \sum_{i=1}^{2} (V^{e_i})^T B^e U^{e_i},$$

avec pour matrice élémentaire $B^e = \begin{pmatrix} 8 & -24 & 4 \\ -24 & 96 & -24 \\ 4 & -24 & 8 \end{pmatrix}$ et enfin que la somme

$$A^e = B^e + C^e = \begin{pmatrix} \frac{15}{2} & -22 & \frac{7}{2} \\ -26 & 96 & -22 \\ \frac{9}{2} & -26 & \frac{17}{2} \end{pmatrix}.$$

Puis, on choisit $g = 1$ si bien que

$$gv(1) = V^T F \text{ avec } F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T.$$

7. Dresser le tableau des connectivités.

8. On admet que la formulation variationnelle discrétisée équivaut à une équation de la forme

$$V^T(AU - F) = 0 \text{ pour tout } V.$$

Spécifier ce que représentent les vecteurs U et V, préciser si certaines de leurs composantes sont nulles et déterminer la matrice A par la méthode de l'assemblage.

On admet que cette équation est équivalente au système d'équations

$$\begin{pmatrix} 96 & 2 & 0 & 0 \\ -26 & 16 & -22 & \frac{7}{2} \\ 0 & -2 & 96 & 2 \\ 0 & \frac{9}{2} & -26 & \frac{17}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

dont la solution est $\begin{pmatrix} 6.4 \times 10^{-4} & -3.0 \times 10^{-2} & -3.2 \times 10^{-3} & 0.12 \end{pmatrix}$.

9. Donner l'expression de la solution approchée $u_h(x)$ dans le premier élément.