Final CP 59 A_2013

Durée : 2 heures ;
Aucun document autorisé ;
Calculatrice autorisée;

Partie I (Questions de cours).

1. Comment l'optimisation s'intègre dans la conception
2. Qu'est-ce l'optimisation (son rôle)?
3. Quels sont les différents types d'algorithme d'optimisation ? Citer au moins quatre.
4. Comment formuler un problème d'optimisation mono objectif (Donner la formulation générale) ?
5. Quelles sont les trois entités à identifier pour un problème d'Optimisation ?
6. Donner au moins 2 exemples pour chaque entité.
7. Quelle est la solution d'un problème d'optimisation ?
8. Donner la définition du minimum local, minimum global, le domaine admissible et la contrainte active.
9. Résolution graphique :
   a) Trouver le minimum global de la figure 1

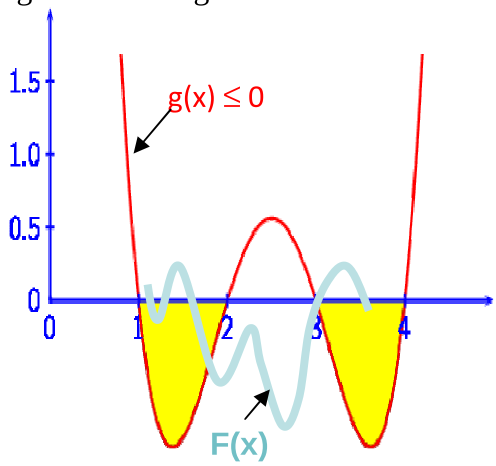


Figure 1 :(min f(x) avec $g(x) \leq 0$)

   b) Montrer sur la figure 2 (min f(x) avec $x \leq 3$) le domaine non admissible, le domaine admissible, la limitation, le minimum global, et le minimum local fort

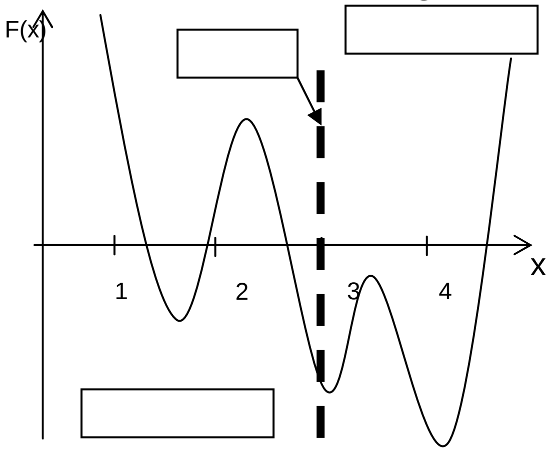


Figure 2. min f(x) avec $x \leq 3$

10. A) Quels algorithme d'optimisation proposer vous pour optimiser chacune de ces fonctions (figure 3) :

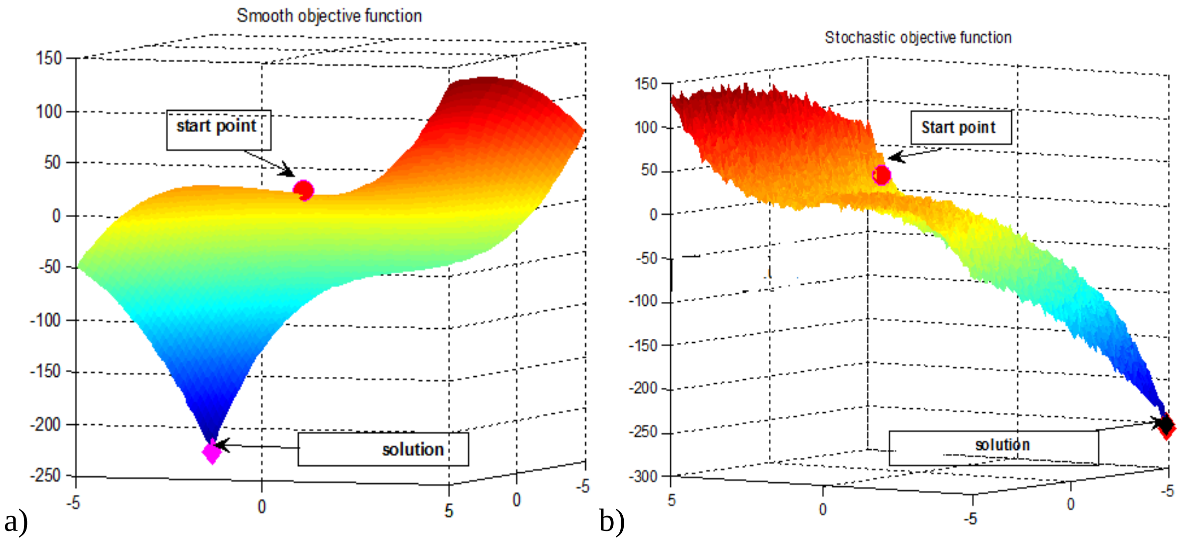


Figure3. a) Fonction annalytique (Smooth function), b) Fonction numérique

10. B) Citer les avantages et les inconvénients de ces algorithmes :

Partie II (Exercice).

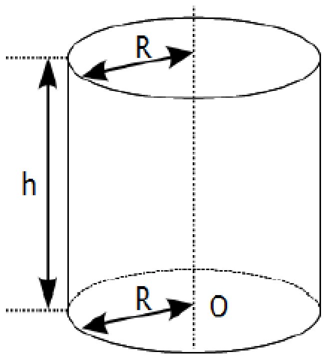
On constate depuis quelques années une réduction importante du poids des pièces. Ceci a été rendu possible grâce à l'optimisation des procédés de fabrication.
Dans cet exercice, nous nous intéressons à un godet cylindrique fabriqué à partir d'une tôle en aluminium mince emboutie. On cherche à obtenir le volume de 500 cm^3 avec le minimum de surface d'aluminium possible.

A) Définition du problème d'optimisation

- **1.** Quelles sont les variables d'optimisation (conception) de ce problème ?
- **2.** Quelle est la fonction objectif ? On note cette fonction S.
- **3.** Quelles sont les contraintes ?
- **4.** Donner une formulation mathématique de ce problème d'optimisation avec contraintes.

Pour simplifier le problème d'optimisation, on va travailler à volume constant. On va supposer que le volume V =500 cm^3.

- **5.** Donner une formulation mathématique de ce problème d'optimisation sans contraintes.



B) Résolution analytique du problème d'optimisation sans contraintes
On vous demande de résoudre ici à "la main" le problème de minimisation sans contraintes. $\frac{\partial f}{\partial R} = 0$

C) Résolution numérique par Surface de réponse :
L'augmentation du nombre de points de calcul ainsi que le temps de calcul élevé, conduisent à préférer des méthodes d'approximation pour optimiser les procédés de mise en forme.
On cherche une fonction f continue qui passe par tous les points de *Rn*.
Objetif :
Faire passer une courbe d'un type donnée (approximation quadratique $p(x)$) « au plus près » des points expérimentaux, en utilisant la méthode de **moindre carrées** $\tilde{f}(x) = p(x)\ a^T(x)$

$$S_r(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \tilde{f}(x_i) \right]^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - (a_0 + a_1 x + a_2 x^2) \right]^2$$

Condition nécessaire :

$$\frac{\partial S_r}{a_0} = 0 \qquad \frac{\partial S_r}{a_1} = 0 \qquad \frac{\partial S_r}{a_2} = 0$$

1) Quelles sont les variables d'optimisation de ce problème ?
2) Quelle est la fonction objectif ?
3) Soit Rn l'ensemble de n+1 couples (Ri,yi) R=[3 4.5 6] ; Y=[361.6 285.8 279.8]. Déterminer M et B, Sachant que la résolution de ce problème conduit à la résolution de ce problème linaire : $[M]\{A\} = \{B\}$
4) Déterminer les coefficients de l'approximation quadratique a_0, a_1, a_2 ($\{A\}$).

D) Résolution numérique du problème d'optimisation sans contraintes

On vous demande ici de mettre en œuvre cet algorithme du gradient (méthode itérative de Newton) pour résoudre le problème de minimisation suivant :

$$\min\ f(x) = 722.5 - 166.9x + 15.5x^2$$

Pour commencer, nous vous suggérons : $x^{k=0} = 4.5$

En utilisant la méthode itérative de Newton nous déterminant le prochain point d'évaluation par la relation suivante :

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f'(x^k)}{f''(x^k)}$$

Le processus itératif s'arrête quand les points successifs sont confondus avec une certaine tolérance: $|\Delta x| <= 10^{-3}$.