

MEDIAN**Printemps 2010****Durée de l'épreuve : 2 heures**

- Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance de la totalité du texte du sujet avant de répondre à toute question.
- Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question.
- On accordera la plus grande attention à la clarté de la rédaction, à la présentation, aux schémas et à la présence d'unité de mesure. Les résultats seront encadrés.

Les exercices et prb sont indépendants. Documentation : Une feuille A4 recto/verso est autorisée

Les conditions initiales sont nulles pour l'ensemble des exercices.

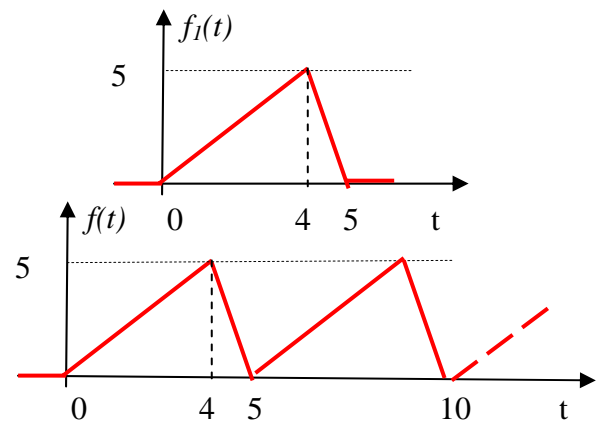
Exercice 1 :

Soit le signal représenté par $f_i(t)$,

1- Calculez la transformée de Laplace de la fonction $f_i(t)$.

La fonction $f(t)$ est une répétition périodique à l'infini de $f_i(t)$.

2- En déduire la transformée de Laplace de $f(t)$.

**Exercice 2 :**

Calculez la transformée de Laplace inverse de la fonction de transfert suivante : $F(p) = \frac{3p}{p^2 + 4p + 2}$

Problème :

La vitesse de rotation n (trs/mn) d'un moteur est liée à sa tension d'alimentation v et au couple C (Nm) qu'il fournit par la relation : $n = 100.v - 5.C$

Le moteur est dit «à vide» s'il ne fournit aucun couple ($C=0$), et «en charge» lorsqu'il fournit un couple de $C=10\text{Nm}$.

1) Pour une tension d'alimentation de $v=10\text{V}$, calculez la vitesse de rotation à vide n_0 et en charge n_1 . En déduire la variation relative de vitesse due à la charge.

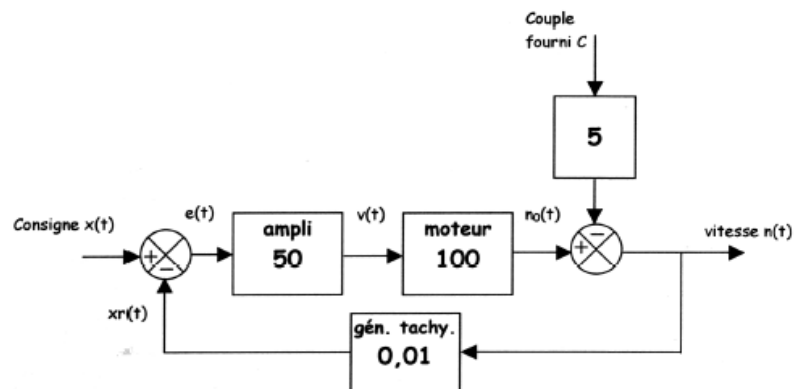
Pour améliorer le comportement de ce moteur vis-à-vis de la charge, on asservit sa vitesse à l'aide d'une régulation en boucle fermée en utilisant un capteur de vitesse (génératrice tachymétrique) selon le schéma fonctionnel ci-contre :

2) Le moteur n'est pas chargé ($C=0$).

Etablir la relation entre n et x et en déduire la valeur de la consigne x_0 qui donne une vitesse de rotation de $n_0=1000\text{trs/mn}$.

3) Etablir la relation entre la sortie n , la consigne x et le couple fourni C .

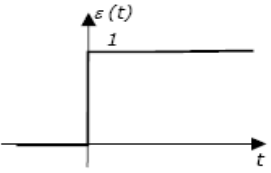
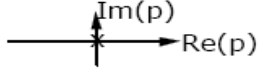
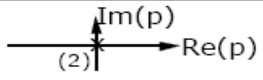
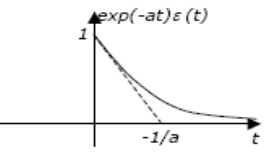
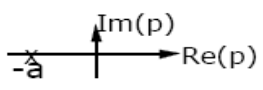
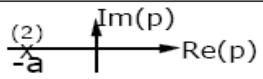
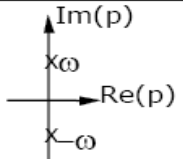
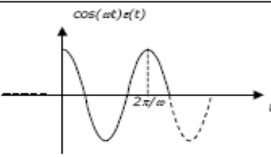
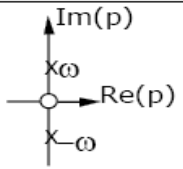
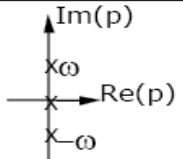
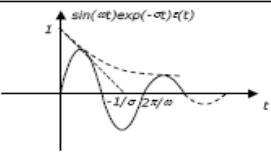
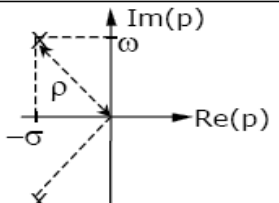
4) Pour la valeur de consigne x_0 calculée précédemment, calculer la nouvelle valeur n_2 de la vitesse en charge et en déduire la nouvelle variation relative de vitesse.

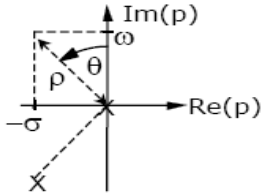
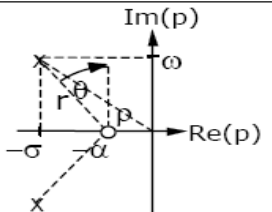
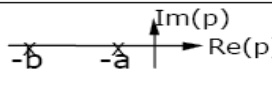
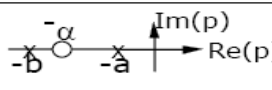


5) Conclure quant à l'efficacité de cette solution. Comment pourrait-on améliorer la régulation de vitesse?

Annexes

TRANSFORMÉE DE LAPLACE

f(t)	F(p)
$\delta(t)$	1 Ni pôle ni zéro
$\varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p}$ 
$t\varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2}$ 
$e^{-at} \varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p+a}$ 
$te^{-at} \varepsilon(t)$	$\frac{1}{(p+a)^2}$ 
$\frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2 + \omega^2}$ 
$\cos(\omega t) \varepsilon(t)$ 	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$ 
$\frac{1}{\omega^2} (1 - \cos(\omega t)) \varepsilon(t)$	$\frac{1}{p(p^2 + \omega^2)}$ 
$\frac{1}{\omega} e^{-\sigma t} \sin(\omega t) \varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ ($\sigma < \rho$) 

$\frac{1}{\rho^2} (1 - e^{-\sigma t} \frac{\rho}{\omega} \cos(\omega t - \theta))$ $\theta = \arctan\left(\frac{\sigma}{\omega}\right)$	$\frac{1}{p(p^2 + 2\sigma p + \rho^2)}$ $(\sigma < \rho)$ 
$\frac{r}{\omega} e^{-\sigma t} \cos(\omega t - \theta) \varepsilon(t)$ $\theta = \arctan\left(\frac{\alpha - \sigma}{\omega}\right)$ $r = \sqrt{\omega^2 + (\alpha - \sigma)^2}$	$\frac{p + \alpha}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma < \rho)$ 
$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt}) \varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma > \rho)$ $= \frac{1}{(p+a)(p+b)}$ 
$(Ke^{-at} + (1-K)e^{-bt}) \varepsilon(t)$ $K = \frac{\alpha - a}{b - a}$	$\frac{(p + \alpha)}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma > \rho)$ $= \frac{(p + \alpha)}{(p+a)(p+b)}$ 

Propriétés fondamentales

$L_I [af(t) + bg(t)] = aF(p) + bG(p) \quad (\text{linéarité})$
$L_I \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = pF(p) - f(0_-) \quad (\text{dérivée})$
$L_I \left[\int_0^t f(t) dt \right] = \frac{F(p)}{p} \quad (\text{intégrale})$
$L_I [f(t - \tau)] = e^{-p\tau} F(p) \quad (\text{retard temporel})$
$L_I [e^{-\sigma t} f(t)] = F(p + \sigma) \quad (\text{translation de la transformée})$
$L_I [f(t) * g(t)] = F(p)G(p) \quad (\text{convolution})$
$\lim_{p \rightarrow \infty} pF(p) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) \quad (\text{théorème de la valeur initiale})$ <p style="text-align: center;">(à condition que ces limites existent)</p>
$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \quad (\text{théorème de la valeur finale})$ <p style="text-align: center;">(à condition que ces limites existent)</p>
$L_I \left[\sum_{k=0}^{\infty} f(t - kT) \varepsilon(t - kT) \right] = \frac{F(p)}{1 - e^{-pT}} \quad (\text{périodification})$