

## MEDIAN

Printemps 2013

Durée de l'épreuve : 90 minutes

- Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance de la totalité du texte du sujet avant de répondre à toute question.
- Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question.
- On accordera la plus grande attention à la clarté de la rédaction, à la présentation, aux schémas et à la présence d'unité de mesure. Les résultats seront encadrés.

**Les exercices sont indépendants. Documentation : Une feuille A4 recto/verso est autorisée**

Les conditions initiales sont nulles pour l'ensemble des exercices.

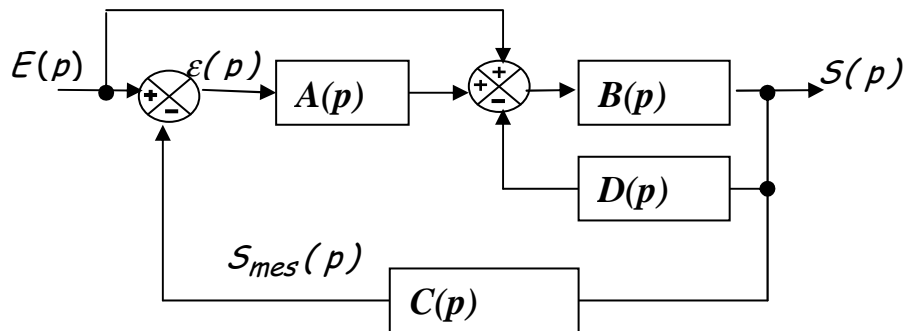
**Exercice 1 :**

Calculer la transformée de Laplace inverse de :

$$F(p) = \frac{p^3 + 3p^2 + 4p + 3}{p^2 + 2p + 1}$$

**Exercice 2 :**

On considère la boucle de régulation représentée ci-dessous où un capteur  $C(p)$  est nécessaire pour la mesure du signal.



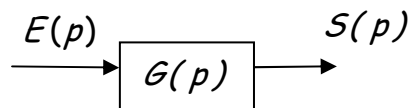
Simplifiez ce système en détaillant les étapes, puis déterminez la fonction de transfert en boucle fermée.

**Problème :**

Soit un système défini par sa fonction de transfert en boucle ouverte

$$G(p) = \frac{10}{p^2 + p + 10}$$

Ce système est soumis à une entrée échelon unitaire.

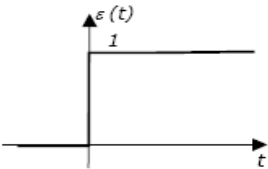
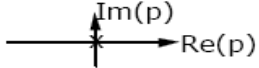
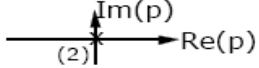
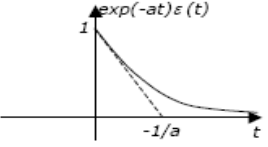
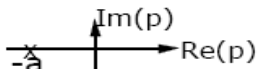
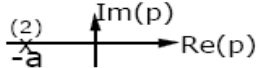
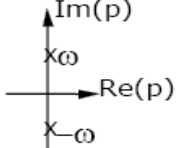
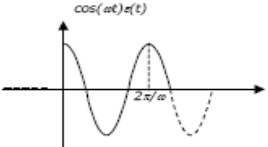
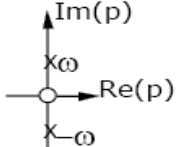
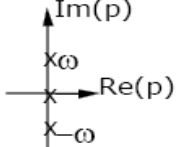
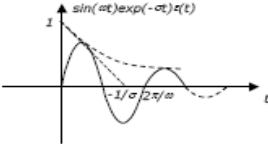
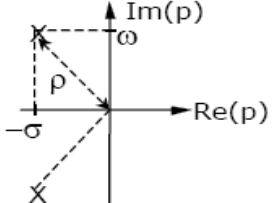


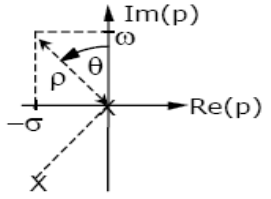
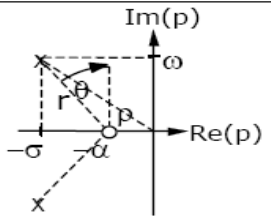
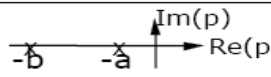
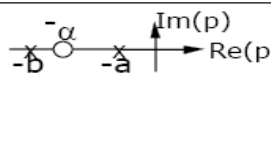
- 1) Déterminez la solution  $s(t)$  correspondant à la réponse indicielle de ce système.
- 2) Tracez cette réponse sur un intervalle de temps entre  $[0, 6]$  secondes.
- 3) Relevez sur cette réponse les caractéristiques suivantes :

- A - temps de montée (évalué entre 0 à 100% de la montée)
- B - le Dépassement en %
- C - le temps du premier pic (tpic).
- D - le temps de réponse à 5%.

**Annexes**

**TRANSFORMEE DE LAPLACE**

<b>f(t)</b>	<b>F(p)</b>
$\delta(t)$	$1$ Ni pôle ni zéro
$\varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p}$ 
$t\varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2}$ 
$e^{-at} \varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p+a}$ 
$te^{-at} \varepsilon(t)$	$\frac{1}{(p+a)^2}$ 
$\frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2 + \omega^2}$ 
$\cos(\omega t) \varepsilon(t)$ 	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$ 
$\frac{1}{\omega^2} (1 - \cos(\omega t)) \varepsilon(t)$	$\frac{1}{p(p^2 + \omega^2)}$ 
$\frac{1}{\omega} e^{-\sigma t} \sin(\omega t) \varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma < \rho)$ 

$\frac{1}{\rho^2} (1 - e^{-\sigma t} \frac{\rho}{\omega} \cos(\omega t - \theta))$ $\theta = \arctan\left(\frac{\sigma}{\omega}\right)$	$\frac{1}{p(p^2 + 2\sigma p + \rho^2)}$ $(\sigma < \rho)$ 
$\frac{r}{\omega} e^{-\sigma t} \cos(\omega t - \theta) \varepsilon(t)$ $\theta = \arctan\left(\frac{\alpha - \sigma}{\omega}\right)$ $r = \sqrt{\omega^2 + (\alpha - \sigma)^2}$	$\frac{p + \alpha}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma < \rho)$ 
$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt}) \varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma > \rho)$ $= \frac{1}{(p+a)(p+b)}$ 
$(Ke^{-at} + (1-K)e^{-bt}) \varepsilon(t)$ $K = \frac{\alpha - a}{b - a}$	$\frac{(p + \alpha)}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$ $(\sigma > \rho)$ $= \frac{(p + \alpha)}{(p+a)(p+b)}$ 

**Propriétés fondamentales**

$L_I [af(t) + bg(t)] = aF(p) + bG(p) \quad (\text{linéarité})$
$L_I \left[ \frac{df(t)}{dt} \right] = pF(p) - f(0_-) \quad (\text{dérivée})$
$L_I \left[ \int_0^t f(t) dt \right] = \frac{F(p)}{p} \quad (\text{intégrale})$
$L_I [f(t - \tau)] = e^{-p\tau} F(p) \quad (\text{retard temporel})$
$L_I [e^{-\sigma t} f(t)] = F(p + \sigma) \quad (\text{translation de la transformée})$
$L_I [f(t) * g(t)] = F(p)G(p) \quad (\text{convolution})$
$\lim_{p \rightarrow \infty} pF(p) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) \quad (\text{théorème de la valeur initiale})$ <p style="text-align: center;">(à condition que ces limites existent)</p>
$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \quad (\text{théorème de la valeur finale})$ <p style="text-align: center;">(à condition que ces limites existent)</p>
$L_I \left[ \sum_{k=0}^{\infty} f(t - kT) \varepsilon(t - kT) \right] = \frac{F(p)}{1 - e^{-pT}} \quad (\text{périodification})$