MEDIAN **Printemps 2014**

Durée de l'épreuve : **90** minutes

- Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance de la totalité du texte du sujet avant de répondre à toute question.

- Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question.

- On accordera la plus grande attention à la clarté de la rédaction, à la présentation, aux schémas et à la présence d'unité de mesure. Les résultats seront encadrés.

Les exercices sont indépendants. Documentation : Une feuille A4 recto/verso est autorisée

Les conditions initiales sont nulles pour l'ensemble des exercices.

Exercice 1:

Calculez la transformée de Laplace de : $s(t) = e^{-4t}\sin(3t)$

Calculez les transformées de Laplace inverse de :

$F(p) = \dfrac{1-p}{p(1+p)}$; $F(p) = \dfrac{2p+1}{(p-2)(p^2+1)}$

Exercice 2 :

On considère les boucles de régulation représentées ci-dessous.

Schéma 1

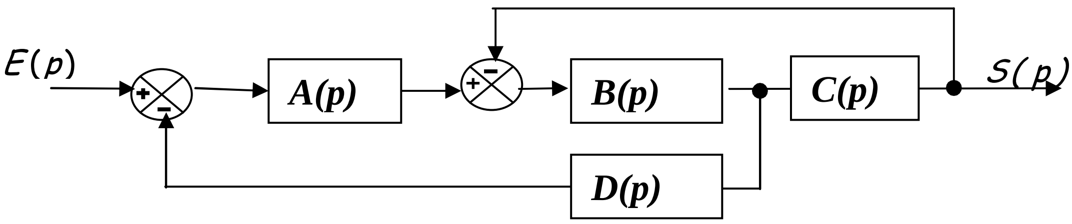
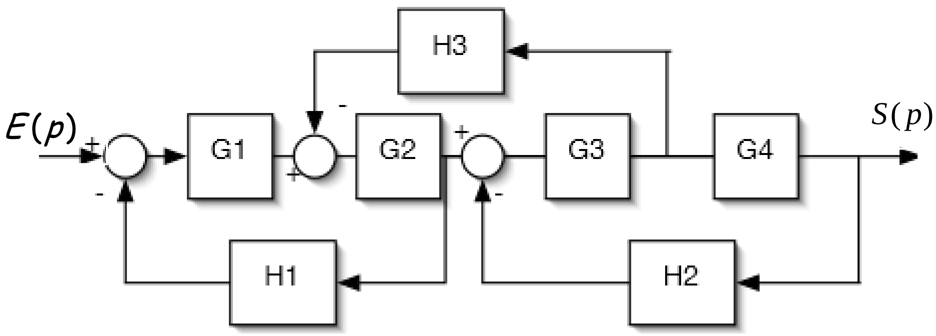


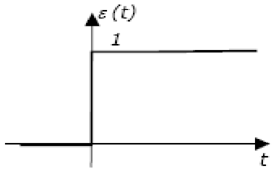
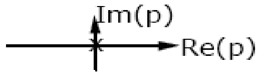
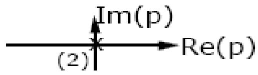
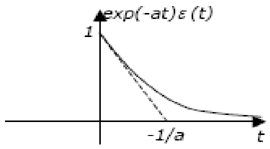
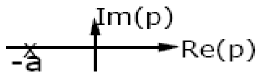
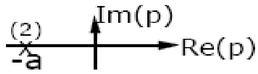
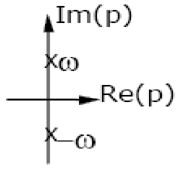
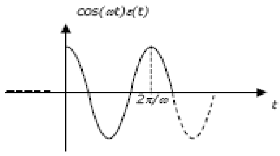
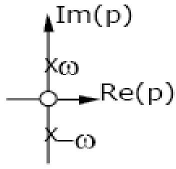
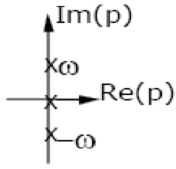
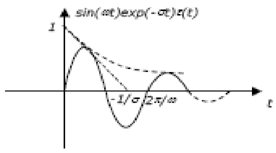
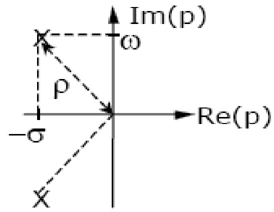
Schéma 2

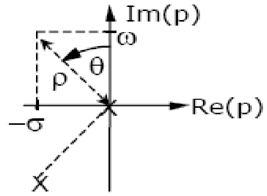
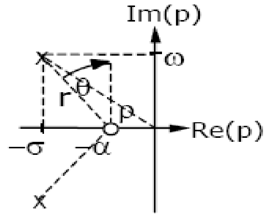
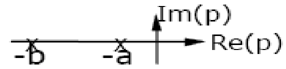
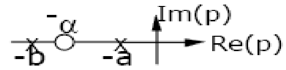


Simplifiez ces systèmes en détaillant les étapes, puis déterminez les fonctions de transfert en boucle fermée.

Annexes

TRANSFORMEE DE LAPLACE

f(t)	F(p)
$\delta(t)$	1 Ni pôle ni zéro
$\varepsilon(t)$ 	$\dfrac{1}{p}$ 
$t\varepsilon(t)$	$\dfrac{1}{p^2}$ 
$e^{-at}\,\varepsilon(t)$ 	$\dfrac{1}{p+a}$ 
$te^{-at}\,\varepsilon(t)$	$\dfrac{1}{(p+a)^2}$ 
$\dfrac{1}{\omega}\sin(\omega t)\,\varepsilon(t)$	$\dfrac{1}{p^2+\omega^2}$ 
$\cos(\omega t)\,\varepsilon(t)$ 	$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$ 
$\dfrac{1}{\omega^2}(1-\cos(\omega t))\,\varepsilon(t)$	$\dfrac{1}{p(p^2+\omega^2)}$ 
$\dfrac{1}{\omega}e^{-\sigma t}\sin(\omega t)\varepsilon(t)$ 	$\dfrac{1}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$ $(\sigma<\rho)$ 

<table>
<tr>
<td>$\frac{1}{\rho^2}\left(1-e^{-\sigma t}\frac{\rho}{\omega}\cos(\omega t-\theta)\right)$
$\theta=\arctan\left(\frac{\sigma}{\omega}\right)$</td>
<td>$\frac{1}{p(p^2+2\sigma p+\rho^2)}$
$(\sigma<\rho)$

</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{r}{\omega}e^{-\sigma t}\cos(\omega t-\theta)\varepsilon(t)$
$\theta=\arctan\left(\frac{\alpha-\sigma}{\omega}\right)$
$r=\sqrt{\omega^2+(\alpha-\sigma)^2}$</td>
<td>$\frac{p+\alpha}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$
$(\sigma<\rho)$

</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})\varepsilon(t)$</td>
<td>$\frac{1}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$
$(\sigma>\rho)$
$=\frac{1}{(p+a)(p+b)}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>$(Ke^{-at}+(1-K)e^{-bt})\varepsilon(t)$
$K=\frac{\alpha-a}{b-a}$</td>
<td>$\frac{(p+\alpha)}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$
$(\sigma>\rho)$
$=\frac{(p+\alpha)}{(p+a)(p+b)}$

</td>
</tr>
</table>

Propriétés fondamentales

$L_I\left[af(t)+bg(t)\right]=aF(p)+bG(p)$ (linéarité)

$L_I\left[\frac{df(t)}{dt}\right]=pF(p)-f(0_-)$ (dérivée)

$L_I\left[\int_0^t f(t)dt\right]=\frac{F(p)}{p}$ (intégrale)

$L_I\left[f(t-\tau)\right]=e^{-p\tau}F(p)$ (retard temporel)

$L_I\left[e^{-\sigma t}f(t)\right]=F(p+\sigma)$ (translation de la transformée)

$L_I\left[f(t)*g(t)\right]=F(p)G(p)$ (convolution)

$\lim_{p\to\infty} pF(p)=\lim_{t\to 0+} f(t)$ (théorème de la valeur initiale)

(à condition que ces limites existent)

$\lim_{p\to 0} pF(p)=\lim_{t\to\infty} f(t)$ (théorème de la valeur finale)

(à condition que ces limites existent)

$L_I\left[\sum_{k=0}^{\infty} f(t-kT)\varepsilon(t-kT)\right]=\frac{F(p)}{1-e^{-pT}}$ (périodification)