MEDIAN **Printemps 2017**

Durée de l'épreuve : **90** minutes

- Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance de la totalité du texte du sujet avant de répondre à toute question.

- Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question.

- On accordera la plus grande attention à la clarté de la rédaction, à la présentation, aux schémas et à la présence d'unité de mesure. Les résultats seront encadrés.

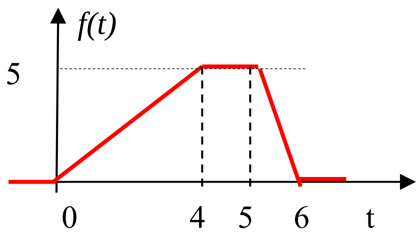
Les exercices sont indépendants. Documentation : Une feuille A4 recto/verso est autorisée + calculatrice

Les conditions initiales sont nulles pour l'ensemble des exercices.

Exercice 1:

Soit le signal représenté par *f(t)*,

Calculez la transformée de Laplace de la fonction *f(t)*.



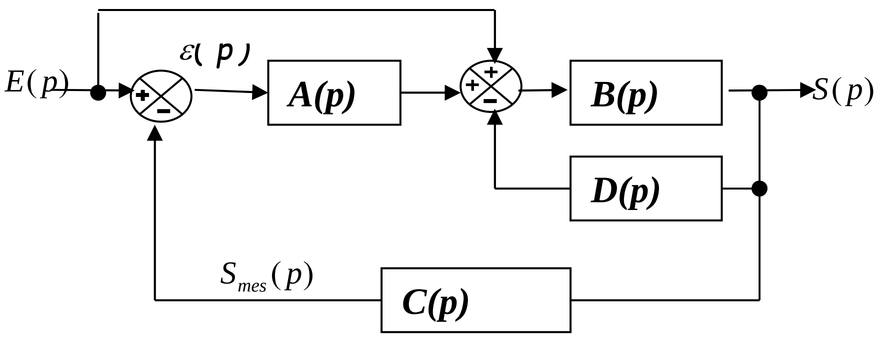
Exercice 2 :

Calculez la transformée de Laplace inverse de la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{3p}{p^2 + 4p + 2}$$

Exercice 3 :

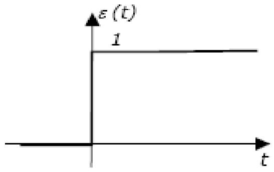
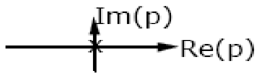
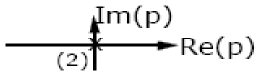
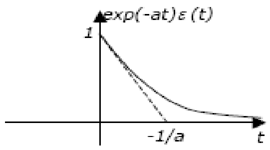
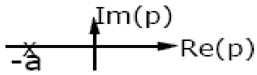
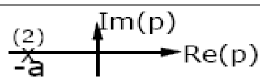
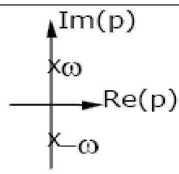
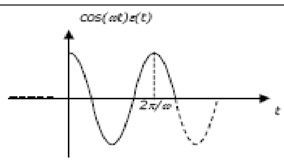
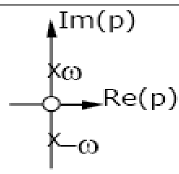
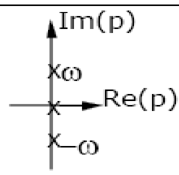
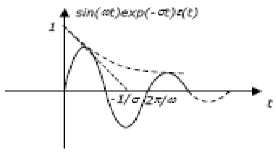
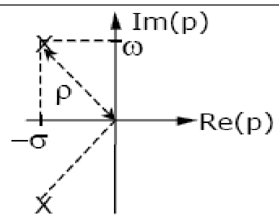
On considère la boucle de régulation représentée ci-dessous où un capteur *C(p)* est nécessaire pour la mesure du signal.

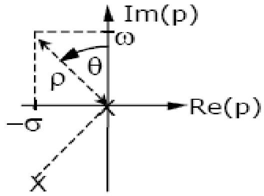
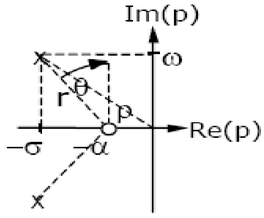
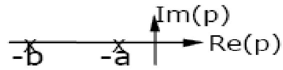
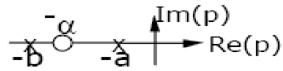


Simplifiez ce système en détaillant les étapes, puis déterminez la fonction de transfert en boucle fermée.

Annexes

TRANSFORMEE DE LAPLACE

f(t)	F(p)	
$\delta(t)$	1	Ni pôle ni zéro
$\varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p}$	
$t\varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2}$	
$e^{-at}\varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p+a}$	
$te^{-at}\varepsilon(t)$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	
$\frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\,\varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2+\omega^2}$	
$\cos(\omega t)\,\varepsilon(t)$ 	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	
$\frac{1}{\omega^2}(1-\cos(\omega t))\,\varepsilon(t)$	$\frac{1}{p(p^2+\omega^2)}$	
$\frac{1}{\omega}e^{-\sigma t}\sin(\omega t)\varepsilon(t)$ 	$\frac{1}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$ $(\sigma<\rho)$	

$\frac{1}{\rho^2}(1-e^{-\sigma t}\frac{\rho}{\omega}\cos(\omega t-\theta))$ $\theta=\arctan\left(\frac{\sigma}{\omega}\right)$	$\frac{1}{p(p^2+2\sigma p+\rho^2)}$ $(\sigma<\rho)$ 
$\frac{r}{\omega}e^{-\sigma t}\cos(\omega t-\theta)\varepsilon(t)$ $\theta=\arctan\left(\frac{\alpha-\sigma}{\omega}\right)$ $r=\sqrt{\omega^2+(\alpha-\sigma)^2}$	$\frac{p+\alpha}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$ $(\sigma<\rho)$ 
$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})\varepsilon(t)$	$\frac{1}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$ $(\sigma>\rho)$ $=\frac{1}{(p+a)(p+b)}$ 
$(Ke^{-at}+(1-K)e^{-bt})\varepsilon(t)$ $K=\frac{\alpha-a}{b-a}$	$\frac{(p+\alpha)}{p^2+2\sigma p+\rho^2}$ $(\sigma>\rho)$ $=\frac{(p+\alpha)}{(p+a)(p+b)}$ 

Propriétés fondamentales

$L_I\left[af(t)+bg(t)\right]=aF(p)+bG(p)$ (linéarité)

$L_I\left[\frac{df(t)}{dt}\right]=pF(p)-f(0_-)$ (dérivée)

$L_I\left[\int_0^t f(t)dt\right]=\frac{F(p)}{p}$ (intégrale)

$L_I\left[f(t-\tau)\right]=e^{-p\tau}F(p)$ (retard temporel)

$L_I\left[e^{-\sigma t}f(t)\right]=F(p+\sigma)$ (translation de la transformée)

$L_I\left[f(t)*g(t)\right]=F(p)G(p)$ (convolution)

$\lim_{p\to\infty}pF(p)=\lim_{t\to 0+}f(t)$ (théorème de la valeur initiale)

(à condition que ces limites existent)

$\lim_{p\to 0}pF(p)=\lim_{t\to\infty}f(t)$ (théorème de la valeur finale)

(à condition que ces limites existent)

$L_I\left[\sum_{k=0}^{\infty}f(t-kT)\varepsilon(t-kT)\right]=\frac{F(p)}{1-e^{-pT}}$ (périodification)