

## Examen final EL47

Mercredi 18 janvier 2012

***Aucun document n'est autorisé – Calculatrice autorisée – Durée : 2h***

Ce sujet comporte 4 pages.

Lisez attentivement et entièrement l'énoncé des exercices proposés.

Respectez les instructions de l'énoncé.

Écrivez votre nom sur vos copies et numérotez-les.

Toute collaboration est strictement interdite.

### Exercice n°1 (sur 3,5 points)

Une installation triphasée alimentée par le réseau 230V / 400V ; 50 Hz comprends plusieurs récepteurs dont on connaît les caractéristiques :

- Récepteur n°1 :  $P_1 = 12 \text{ kW}$  ;  $Q_1 = 20 \text{ kVar}$
- Récepteur n°2 :  $P_2 = 25 \text{ kW}$  ;  $Q_2 = 18 \text{ kVar}$
- Récepteur n°3 : Moteur triphasé asynchrone de puissance utile  $P_u = 12 \text{ kW}$  ; de rendement  $\eta = 80\%$  et de facteur de puissance  $\cos(\varphi) = 0,84$
- Récepteur n°4 : Radiateur triphasé de puissance  $P_4 = 18 \text{ kW}$

1°) Faire un schéma de l'installation

2°) Déterminer, lorsque tous les appareils sont sous tension, les puissances active P, réactive Q et apparente S consommées par l'installation ainsi que son facteur de puissance  $f_p$ .

3°) En déduire la valeur efficace I du courant absorbé par l'installation.

4°) On désire relever le facteur de puissance de l'installation à la valeur  $f_p' = 0,98$ . Pour cela, on branche en parallèle à l'installation trois condensateurs identiques de capacité C couplés en triangle.

a°) Démontrer qu'il est préférable de coupler les condensateurs en triangle plutôt qu'en étoile.

b°) Calculer la capacité C d'un condensateur.

5°) Calculer alors la nouvelle intensité I' qui circule dans une ligne de l'installation.

### Exercice n°2 (sur 5,5 points)

On considère le montage triphasé de la Figure 1 (page 2) comportant une source triphasée équilibrée de tension simple efficace  $V = 230\text{V}$  qui alimente une charge déséquilibrée.

On donne :  $R = 10\Omega$ ,  $X_L = 20\Omega$  et  $X_C = 30\Omega$ .

Comme indiqué sur la figure, la tension simple de la phase 1 est prise comme référence de phase.

$$\text{Rappel : } \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \underline{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$$

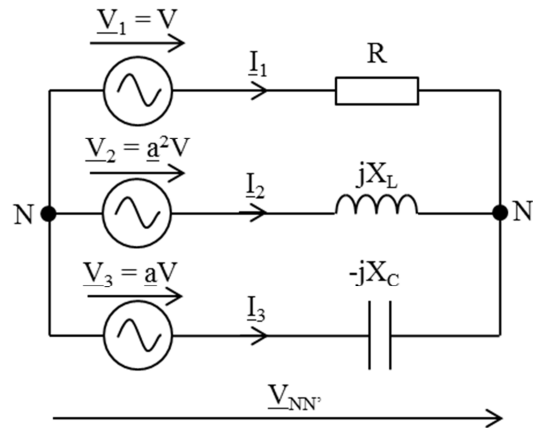


Figure 1

1°) Calculer en complexe, sous formes cartésienne et polaire, la tension  $\underline{V}_{NN'}$  entre les deux neutres.

2°) Calculer en complexe les trois courants  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  et  $\underline{I}_3$ .

3°) Tracer le diagramme de Fresnel en représentant  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_2$ ,  $\underline{V}_3$ ,  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_3$  et  $\underline{V}_{NN'}$ . Vérifier que la somme graphique des courants est égale à zéro.

On prendra comme échelles :

- 1cm pour 2A
- 1cm pour 23V

Note : une page A4 entière disposée en paysage est nécessaire.

4°) On relie les neutres par un fil. Calculer en complexe les nouveaux courants de phases  $\underline{I}_1'$ ,  $\underline{I}_2'$  et  $\underline{I}_3'$ . En déduire le courant  $\underline{I}_N$ .

5°) Tracer le nouveau diagramme de Fresnel en représentant toutes les tensions et tous les courants avec les mêmes échelles que dans la question 3. Vérifier graphiquement que la somme des nouveaux courants de phases est égale à  $\underline{I}_N$ .

### Exercice n°3 (sur 5 points)

On désire réaliser une inductance  $L = 20\text{mH}$  pouvant soutenir un courant sinusoïdal de valeur efficace 12A (donc de valeur maximale 17A), à la fréquence  $f = 50\text{Hz}$  sans saturer. On représente la géométrie de départ sur la Figure 2 (page 3). On doit s'assurer que la valeur maximale du champ magnétique n'atteigne pas la valeur de saturation dans le fer ( $B_{\text{sat}} = 1.7\text{T}$ ).

On donne : Fuites magnétiques négligées

Pas d'effets de franges dans l'entrefer (c'est-à-dire surfaces du circuit magnétique et de l'entrefer identiques)

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}, \mu_r = 1000,$$

Longueur moyenne du circuit magnétique :  $l = 1\text{m}$ ,

Section du circuit magnétique :  $S = 16\text{cm}^2$ .

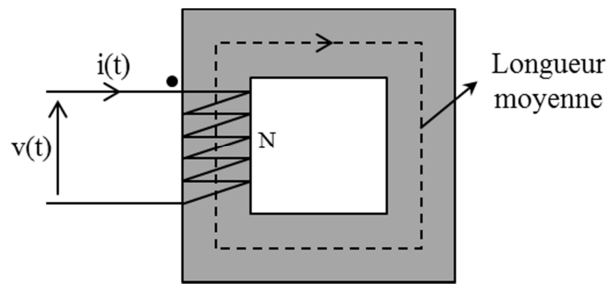


Figure 2

1°) Montrer que l'expression de l'inductance est donnée par :

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

2°) Déterminer le nombre de spires N pour avoir  $L = 20\text{mH}$ .

3°) Calculer la valeur de  $B_{\max}$  si l'inductance est alimentée par un courant sinusoïdal de valeur efficace 12A. Comparez et analysez cette valeur par rapport à  $B_{\text{sat}}$ .

Afin de remédier au problème de saturation, on réalise un entrefer de longueur  $e$  dans le circuit magnétique (comme l'illustre la Figure 3 ci-dessous) afin que la perméabilité équivalente du circuit magnétique  $\mu_{\text{eq}}$  soit égale à 400.

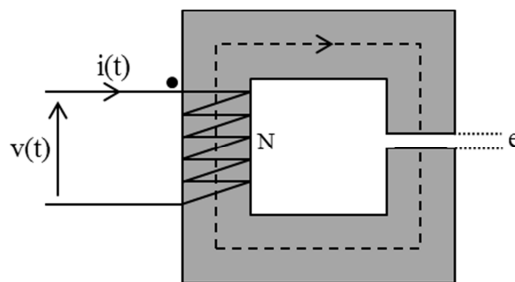


Figure 3

4°) Montrer que la nouvelle expression de l'inductance s'écrit :

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_{\text{eq}} \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

avec

$$\mu_{\text{eq}} = \frac{l \cdot \mu_r}{l - e + (\mu_r \cdot e)}$$

5°) Déterminer le nouveau nombre de spires N pour avoir  $L = 20\text{mH}$ . Vérifier que  $B_{\max}$  est inférieur à  $B_{\text{sat}}$  (même courant que la question 3)

6°) Calculer la longueur  $e$  de l'entrefer.

7°) Estimer la masse de l'inductance en négligeant le poids du bobinage (on donne la masse volumique du fer :  $7860 \text{ kg/m}^3$ ).

**Exercice n°4 (sur 6 points)**

On considère un transformateur monophasé de puissance apparente  $S = 1500\text{VA}$  et de fréquence 50 Hz sur lequel on a effectué les essais suivants.

- Essai à vide à *tension primaire nominale* :

$$U_{10} = U_{1n} = 230\text{V}$$

$$U_{20} = 119\text{V}$$

$$I_{10} = I_m = 0,29\text{A}$$

$$P_{10} = 35,5\text{W}$$

- Essai en court-circuit au secondaire à *courant secondaire nominal* :

$$I_{2cc} = I_{2n} = 12,5\text{A}$$

$$P_{1cc} = 89,5\text{W}$$

$$U_{1cc} = 14\text{V}$$

1°) **a°)** Représentez le schéma du modèle équivalent ramené au secondaire du transformateur en faisant apparaître les éléments  $R_f$ ,  $L_m$ ,  $R_s$  et  $X_s$  (faire apparaître également les tensions et les courants).

**b°)** A quoi correspondent les éléments  $R_f$ ,  $L_m$ ,  $R_s$  et  $X_s$  ?

2°) Calculer le rapport de transformation  $m$  (avec au moins 3 décimales) et les éléments  $R_f$  et  $L_m$  de la branche magnétisante à partir de l'essai à vide.

3°) Calculer la résistance  $R_s$  et la réactance de fuite  $X_s$  à partir de l'essai en court-circuit.

Désormais, on adopte :  $R_s = 0,57\Omega$  et  $X_s = 0,085\Omega$

Le transformateur est alimenté par la tension nominale primaire  $U_{1n}$  et débite au secondaire le courant nominal secondaire  $I_{2n}$  avec un facteur de puissance secondaire de  $\cos(\varphi) = 0,866$  AR (charge inductive).

4°) Déterminer graphiquement la chute de tension  $\Delta U_2$ . On pourra se limiter au diagramme de Fresnel comportant les vecteurs  $R_s I_2$  et  $jX_s I_2$  (i.e. Triangle de Kapp). Echelle : 2cm pour 1V

5°) Retrouvez analytiquement le résultat en utilisant la relation approchée de la chute de tension. Calculer alors la tension secondaire  $U_2$ .

6°) Calculer le rendement du transformateur pour ce point de fonctionnement.

7°) Pour quelle type de charge la chute de tension est-elle nulle ? Exprimer le déphasage  $\varphi_2$  correspondant, puis calculer numériquement  $\cos(\varphi_2)$ .