Examen Final : **EL55 – P10.**
Durée : **2 heures.**
Documents : **non autorisés sauf une feuille manuscrite de format A4.**

EXERCICE-N°1 (8 POINTS): HACHEUR SERIE

On alimente un moteur à courant continu à l'aide d'un hacheur série, voir figure 1. L'interrupteur électronique K et la diode sont supposés parfaits. La fréquence de hachage est f = 500 Hz avec un rapport cyclique α. L'inductance de la bobine de lissage L est telle que i = I = cte. La résistance de l'induit du moteur est : R = 1Ω.

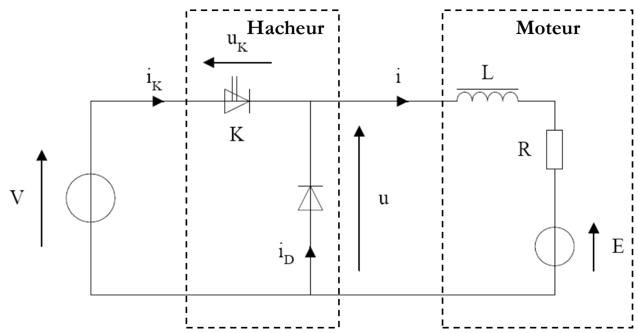


Figure 1

1. Représenter les allures de u et u_K en fonction du temps.
2. Exprimer la valeur moyenne de u en fonction de V et α.
3. Représenter les allures de i_K et i_D en fonction du temps.
4. Exprimer les valeurs moyennes des courants i_K et i_D en fonction de I et α.
5. Déterminer l'intensité I du courant dans le moteur en fonction de V, E, R et α.
6. Application numérique : Calculer < u >, I et < i_D > pour V = 220 V, E = 145 V et α = 0,7.
7. Établir la relation liant la vitesse n du moteur (en tr/min) à α pour E = 0,153 n, sachant que R = 1 Ω, V = 220 V et I = 9 A.
8. Tracer n en fonction de α.

EXERCICE-N°2 (12 POINTS): ONDULEUR MONOPHASE

On veut étudier l'onduleur de secours représenté sur la figure 2. Celui ci permet de reconstituer un réseau alternatif 115 V/400Hz monophasé à partir d'une batterie délivrant une tension continue E.

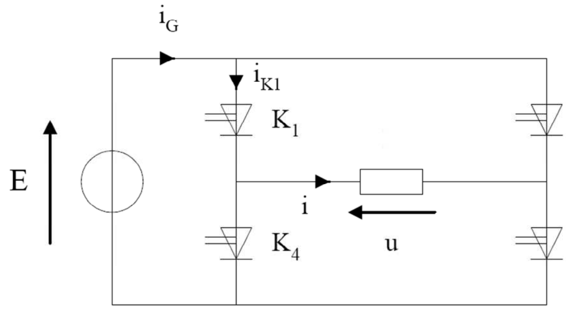


Figure 1

Partie A : Etude des tensions de sortie

1. On envisage le cas d'une commande "pleine onde".
   1.1. Tracer, sur le document réponse 1a, le graphe de la tension u(t) pour la commande citée précédemment.
   1.2. Exprimer la valeur efficace U de u(t) en fonction de E.
2. La décomposition en série de Fourier de u(t) est la suivante :

$$u(t)=\frac{4\cdot E}{\pi}\left[\sin(\omega t)+\frac{1}{3}\sin(3\cdot\omega t)+\frac{1}{5}\sin(5\omega\cdot t)+...\right]$$

2.1. Donner l'expression de $v_1(t)$, fondamental de u(t). En déduire l'expression de sa valeur efficace V_1 en fonction de E.

2.2. Quelle devrait être la valeur de E pour obtenir V_1 = 115 V ?

2.3. La distorsion globale de la tension de sortie u(t) dépend du taux d'harmoniques :
Si V_1 est la valeur efficace du fondamental de u(t) et V_2, V_3, V_4,... V_n,... les valeurs efficaces des autres harmoniques de cette tension (certaines de ces valeurs pouvant être nulles), la distorsion globale dg est définie comme suit :

$$d_g=\frac{\sqrt{V_2^2+V_3^2+...+V_n^2+...}}{V_1}=\frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}V_n^2}}{V_1} \qquad (1)$$

Comme,

$$V^2=\sqrt{V_1^2+V_2^2+V_3^2+...+V_n^2+...}=\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}V_n^2} \quad ,$$

on peut également écrire :

$$d_g=\frac{\sqrt{V^2-V_1^2}}{V_1} \qquad (2)$$

Calculer dg dans le cas précédent.

3. Le montage effectivement réalisé est un onduleur à modulation de largeur d'impulsions (MLI). La commande des interrupteurs est définie sur le document réponse 1b.
   3.1. Tracer la tension u(t) correspondant à ce cas sur le document réponse 1b.
   3.2. Exprimer la valeur efficace V de u(t) en fonction de E (on pourra pour cela effectuer un calcul d'aire).
   3.3. La tension u(t) ne comporte pas d'harmonique de rang pair. Par ailleurs les angles α_1, α_2, α_3, α_4 et α_5 sont choisis de manière à annuler les harmoniques de rang 3, 5, 7, 9 et 11. Il en résulte la décomposition en série de Fourier de u(t) suivante :

$$u(t) = \frac{4 \cdot E}{\pi} \cdot 0{,}802 \cdot \sin(\omega t) - \frac{4 \cdot E}{13 \cdot \pi} \cdot 2{,}01 \cdot \sin(13 \cdot \omega t) - \frac{4 \cdot E}{15 \cdot \pi} \cdot 2{,}64 \cdot \sin(15 \cdot \omega t) + \dots$$

- Donner l'expression de $v_1(t)$, fondamental de u(t).
- Donner l'expression de sa valeur efficace V_1 en fonction de E.

La distorsion globale qui correspond à ce deuxième cas est dg = 49 %. Elle n'est pas meilleure que la précédente. Elle rend donc nécessaire la présence d'un filtre.

Partie B : Filtre de sortie de l'onduleur

La charge est assimilable a un circuit purement résistif R branchée en parallèle du filtre LC de l'onduleur, voir figure 3.

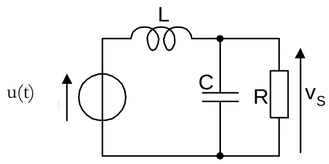


Figure 3

4. Etude de l'action du filtre sur le fondamental de u(t) :

4.1. Calculer la valeur de R lorsque le filtre fournit 1,0 kW à la charge sous 115 V (400Hz).

Pour la suite du problème on prend R = 13Ω, L = 0,47 mH et C =22 μF. Dans ces conditions, si l'on note V_1 le fondamental de u(t) et V_{S1} le fondamental de $v_S(t)$, le filtre de la figure 3 impose la relation :

$$\frac{V_{S1}}{V_1} = 1{,}06$$

4.2. On rappelle l'expression de la tension u(t) fournie par l'onduleur MLI, alimenté sous la tension E :

$$u(t) = \frac{4 \cdot E}{\pi} \cdot 0{,}802 \cdot \sin(\omega t) - \frac{4 \cdot E}{13 \cdot \pi} \cdot 2{,}01 \cdot \sin(13 \cdot \omega t) - \frac{4 \cdot E}{15 \cdot \pi} \cdot 2{,}64 \cdot \sin(15 \cdot \omega t) + \dots$$

Déterminer la valeur de E qui permet d'obtenir V_{s1} = 115 V.

Pour la suite du problème, on prendra E = 150 V.

5. Etude de l'action du filtre sur les harmoniques de u(t) :

5.1. Donner les expressions de $\underline{Z}_{L13}$ et $\underline{Z}_{C13}$, impédances complexes de la bobine et du condensateur vis à vis de l'harmonique de rang 13. Calculer les modules Z_{L13} et Z_{C13}.

On admet que pour l'harmonique 13, et, plus généralement, pour tous les harmoniques non nuls de u(t), le filtre de la figure 3 se ramène au filtre simplifié de la figure 4.

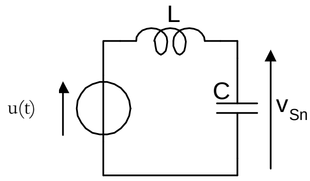


Figure 4

5.2. On note $\underline{V_n}$ le nombre complexe associé à l'harmonique de rang n de u(t) et V_n sa valeur efficace ; de même $\underline{V_{sn}}$ st le nombre complexe associé à l'harmonique de rang n de v_S et V_{Sn} sa valeur efficace.

Démontrer que :

$$\frac{\underline{V}_{Sn}}{\underline{V}_n} = \frac{1}{1 - n^2 LC\omega^2}$$

5.3. En déduire l'égalité approchée $\frac{V_{S13}}{V_{13}} \approx \frac{1}{10}$, et, pour n > 13, les inégalités $\frac{V_{Sn}}{V_n} < \frac{1}{10}$.

5.5. (Question bonus 2pts – réponse facultative) :

On rappelle que la distorsion globale dgu de la tension u(t) fournie par l'onduleur MLI est égale à 49%.

- À partir de la définition (1) de dg donnée pour u(t), donner l'expression de la distorsion globale dgv_S de la tension de sortie $v_S(t)$ du filtre.
- En utilisant cette définition et les résultats des questions 5.1 et 5.3, montrer que dgv_S est inférieure à 5%.

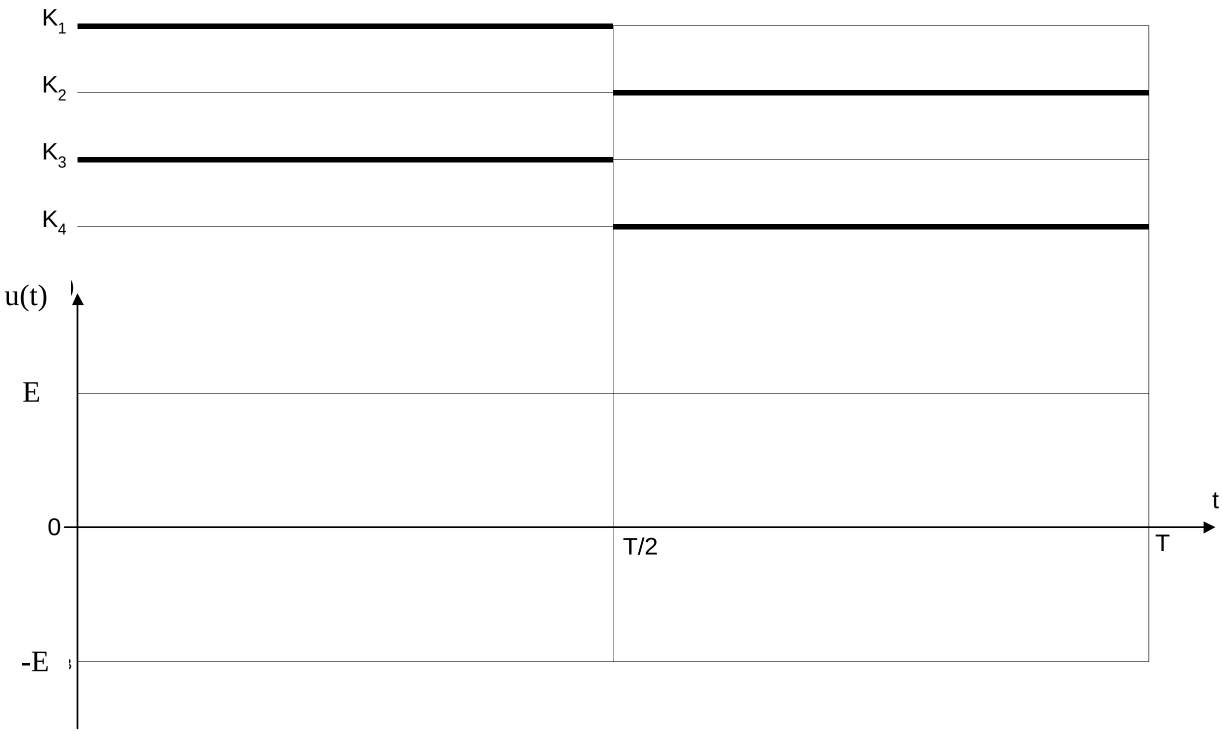
5.5. On revient à la solution "pleine onde" de la question 1 pour laquelle on utilise un filtre de même nature que celui de la figure 3.

Dans ce cas, pour obtenir une distorsion globale dgv_S < 5% de la tension $v_S(t)$, on trouve qu'il faut une valeur du produit LC environ 10 fois plus grande que celle qui est utilisée dans le filtre associé à l'onduleur MLI.

Quel est, de ce point de vue, l'intérêt de la commande MLI ?

Nom :	Prénom :	Signature :

DOCUMENT REPONSE n°1a



DOCUMENT REPONSE n°1b