
Examen Final	: EL61&EL76 – A2013
Durée	: 2 heures.
Documents	: non autorisés sauf une feuille manuscrite de format A4.

Etude d'un petit moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) et de sa commande

On se propose d'étudier un MSAP triphasé de petite puissance. Son alimentation est autopilotée, c-à-d la tension (ou le courant) est imposée relativement à la position. L'équation de tension régissant l'évolution des grandeurs électromagnétiques dans chacune des trois phases du MSAP est la suivante (1) :

$$v = e + R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \quad (1)$$

Où, v , i , e , R et L sont respectivement la tension d'alimentation, le courant, la fem, la résistance et l'inductance cyclique d'une bobine d'induit de la machine. On rappelle que l'amplitude de la fem est proportionnelle à la vitesse du rotor.

L'équation (1) peut s'écrire sous la forme (2) ci-dessous :

$$v = n \left[\frac{d\Phi(\theta)}{dt} + r \cdot ni(\theta) + \frac{1}{\mathfrak{R}} \cdot \frac{dni(\theta)}{dt} \right] \quad (2)$$

Où,

- n est le nombre de spires d'une bobine d'induit ;
- $\Phi(\theta)$ est le flux inducteur fonction de la position angulaire électrique $\theta = p\theta_m$ (θ_m est l'angle mécanique entre le rotor et le stator et p est le nombre de paires de pôles de la machine), son amplitude est Φ_M , sa forme est supposée sinusoïdale ;
- r est homogène à une résistance et est appelée résistance spécifique ;
- \mathfrak{R} est la réactance du circuit magnétique équivalent de l'induit.
- $ni(\theta)$ représente les ampères-tours d'alimentation d'induit injectés qui sont fonction de la position angulaire.

Les valeurs numériques utiles pour les applications sont : $p = 2$; $\mathfrak{R} = 5 \cdot 10^{-5} \text{H}^{-1}$; $r = 70 \mu\Omega$ et $\Phi_M = 30 \mu \text{Wb}$.

Partie 1 : Modélisation du MSAP

1. En partant des expressions (1) et (2) et en utilisant le principe des travaux virtuels, donner deux expressions pour le couple électromagnétique de la machine tournant à la vitesse Ω .
2. Le bobinage d'induit est alimenté à l'aide d'un onduleur de tension à partir d'une batterie dont la tension est supposée constante et égale à U . Représenter cet ensemble convertisseur-machine en mettant en évidence les éléments essentiels du système.
3. On suppose que le flux $\Phi(\theta)$ est une fonction de la position telle qu'il est indiqué sur le document réponse. Compléter sur le document-réponse, les tracés des formes d'ondes des flux inducteurs des trois bobines statoriques Φ_a , Φ_b et Φ_c .

4. Tracer sur le même document-réponse, les formes d'ondes des trois f_{cem} (forces contre-électromotrices) de la machine (e_a , e_b et e_c).
5. Donner l'expression de E_{max} (amplitude de la f_{cem}) en fonction de p , n , ϕ_M et Ω .
6. Ecrire l'équation en nombres complexes qui relie les trois grandeurs \bar{I} , \bar{V} et \bar{E} qui sont respectivement les notations complexes des harmoniques fondamentales des grandeurs instantanées $i(t)$, $v(t)$ et $e(t)$.
7. Dessiner le schéma équivalent d'une phase d'induit du moteur en y faisant figurer, les paramètres R , L , \bar{I} , \bar{V} et \bar{E} .
8. Tracer le diagramme de Fresnel (vectoriel) relatif au schéma équivalent précédent en choisissant la f_{cem} comme référence orientée verticalement de bas en haut. On note ψ l'angle entre \bar{E} et \bar{I} . Préciser l'angle φ entre \bar{I} et \bar{V} et représenter le flux total inducteur ($\bar{\Phi}_t = \mathbf{n} \cdot \bar{\Phi}$)
9. Maintenant, on néglige l'effet de l'inductance d'induit (cas des petits MSAP). A partir de l'équation des tensions en régime permanent sinusoïdal, déterminer l'expression de l'amplitude des ampères-tours nI_{max} en fonction de : Ω , ϕ_M , r , V_{max} et n , où V_{max} est la valeur maximale du fondamental de la tension d'une phase statorique.
10. Calculer la valeur numérique de nI_{max} permettant de produire un couple de 3mNm.
11. Déterminer le nombre de spires nécessaires à l'obtention d'un couple moyen de 3mNm à la vitesse de 3000 tr/mn sous une tension égale à 12 V.

Partie 2 : Commande du MSAP

Les trois phases statoriques a, b et c du moteur précédent sont alimentées par un onduleur de tension dont la partie puissance inclue le bus continu U, les interrupteurs de puissance (K_1 , K_1' , K_2 , K_2' , K_3 et K_3'). On adopte une commande du type 120° de l'onduleur.

12. Compléter sur le document-réponse les chronogrammes des fonctions de commande des interrupteurs K_m et K'_m où $m = 1, 2, 3$.
13. Sur le même document-réponse, représenter les formes d'onde des tensions de phase de la machine (v_a , v_b et v_c).
14. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans cette phase. En déduire l'expression de ce courant ($i_a(t)$) en supposant que la constante de temps mécanique est beaucoup plus grande de la constante de temps électrique.
15. Sur le même document-réponse, tracer les formes d'onde des courants statoriques (i_a , i_b et i_c).
16. En déduire le tracé de la forme d'onde du couple électromagnétique $c_e(t)$.
17. Calculer la valeur moyenne du couple électromagnétique C_e .
18. Comment peut-on réguler cette valeur moyenne de couple?
19. Proposer un schéma de commande en couple à travers un schéma synoptique pertinent* accompagné d'explications.
20. Proposer un schéma de commande scalaire de vitesse à travers un schéma synoptique pertinent accompagné d'explications.
21. Proposer un schéma de simulation Simulink de l'ensemble alimentation – MSAP – commande scalaire de vitesse proposée.

*) Pertinent = comportant tous les composants et toutes fonctions principales.

Nom: _____ Prénom : _____ Signature : _____

