

---

<b>Examen Final</b>	: EL61&EL76 – A2013
<b>Durée</b>	: 2 heures.
<b>Documents</b>	: non autorisés sauf une feuille manuscrite de format A4.

---

## **Etude d'un petit moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) et de sa commande**

On se propose d'étudier un MSAP triphasé de petite puissance. Son alimentation est autopilotée, c-à-d la tension (ou le courant) est imposée relativement à la position. L'équation de tension régissant l'évolution des grandeurs électromagnétiques dans chacune des trois phases du MSAP est la suivante (1) :

$$v = e + R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \quad (1)$$

Où,  $v$ ,  $i$ ,  $e$ ,  $R$  et  $L$  sont respectivement la tension d'alimentation, le courant, la fem, la résistance et l'inductance cyclique d'une bobine d'induit de la machine. On rappelle que l'amplitude de la fem est proportionnelle à la vitesse du rotor.

L'équation (1) peut s'écrire sous la forme (2) ci-dessous :

$$v = n \left[ \frac{d\Phi(\theta)}{dt} + r \cdot ni(\theta) + \frac{1}{\mathfrak{R}} \cdot \frac{dni(\theta)}{dt} \right] \quad (2)$$

Où,

- $n$  est le nombre de spires d'une bobine d'induit ;
- $\Phi(\theta)$  est le flux inducteur fonction de la position angulaire électrique  $\theta = p\theta_m$  ( $\theta_m$  est l'angle mécanique entre le rotor et le stator et  $p$  est le nombre de paires de pôles de la machine), son amplitude est  $\Phi_M$ , sa forme est supposée sinusoïdale ;
- $r$  est homogène à une résistance et est appelée résistance spécifique ;
- $\mathfrak{R}$  est la réactance du circuit magnétique équivalent de l'induit.
- $ni(\theta)$  représente les ampères-tours d'alimentation d'induit injectés qui sont fonction de la position angulaire.

Les valeurs numériques utiles pour les applications sont :  $p = 2$  ;  $\mathfrak{R} = 5 \cdot 10^{-5} \text{H}^{-1}$  ;  $r = 70 \mu\Omega$  et  $\Phi_M = 30 \mu \text{Wb}$ .

### **Partie 1 : Modélisation du MSAP**

1. En partant des expressions (1) et (2) et en utilisant le principe des travaux virtuels, donner deux expressions pour le couple électromagnétique de la machine tournant à la vitesse  $\Omega$ .
2. Le bobinage d'induit est alimenté à l'aide d'un onduleur de tension à partir d'une batterie dont la tension est supposée constante et égale à  $U$ . Représenter cet ensemble convertisseur-machine en mettant en évidence les éléments essentiels du système.
3. On suppose que le flux  $\Phi(\theta)$  est une fonction de la position telle qu'il est indiqué sur le document réponse. Compléter sur le document-réponse, les tracés des formes d'ondes des flux inducteurs des trois bobines statoriques  $\Phi_a$ ,  $\Phi_b$  et  $\Phi_c$ .

4. Tracer sur le même document-réponse, les formes d'ondes des trois  $f_{cem}$  (forces contre-électromotrices) de la machine ( $e_a$ ,  $e_b$  et  $e_c$ ).
5. Donner l'expression de  $E_{max}$  (amplitude de la  $f_{cem}$ ) en fonction de  $p$ ,  $n$ ,  $\phi_M$  et  $\Omega$ .
6. Ecrire l'équation en nombres complexes qui relie les trois grandeurs  $\bar{I}$ ,  $\bar{V}$  et  $\bar{E}$  qui sont respectivement les notations complexes des harmoniques fondamentales des grandeurs instantanées  $i(t)$ ,  $v(t)$  et  $e(t)$ .
7. Dessiner le schéma équivalent d'une phase d'induit du moteur en y faisant figurer, les paramètres  $R$ ,  $L$ ,  $\bar{I}$ ,  $\bar{V}$  et  $\bar{E}$ .
8. Tracer le diagramme de Fresnel (vectoriel) relatif au schéma équivalent précédent en choisissant la  $f_{cem}$  comme référence orientée verticalement de bas en haut. On note  $\psi$  l'angle entre  $\bar{E}$  et  $\bar{I}$ . Préciser l'angle  $\varphi$  entre  $\bar{I}$  et  $\bar{V}$  et représenter le flux total inducteur ( $\bar{\Phi}_t = \mathbf{n} \cdot \bar{\Phi}$ )
9. Maintenant, on néglige l'effet de l'inductance d'induit (cas des petits MSAP). A partir de l'équation des tensions en régime permanent sinusoïdal, déterminer l'expression de l'amplitude des ampères-tours  $nI_{max}$  en fonction de :  $\Omega$ ,  $\phi_M$ ,  $r$ ,  $V_{max}$  et  $n$ , où  $V_{max}$  est la valeur maximale du fondamental de la tension d'une phase statorique.
10. Calculer la valeur numérique de  $nI_{max}$  permettant de produire un couple de 3mNm.
11. Déterminer le nombre de spires nécessaires à l'obtention d'un couple moyen de 3mNm à la vitesse de 3000 tr/mn sous une tension égale à 12 V.

## Partie 2 : Commande du MSAP

Les trois phases statoriques a, b et c du moteur précédent sont alimentées par un onduleur de tension dont la partie puissance inclue le bus continu U, les interrupteurs de puissance ( $K_1$ ,  $K_1'$ ,  $K_2$ ,  $K_2'$ ,  $K_3$  et  $K_3'$ ). On adopte une commande du type 120° de l'onduleur.

12. Compléter sur le document-réponse les chronogrammes des fonctions de commande des interrupteurs  $K_m$  et  $K'_m$  où  $m = 1, 2, 3$ .
13. Sur le même document-réponse, représenter les formes d'onde des tensions de phase de la machine ( $v_a$ ,  $v_b$  et  $v_c$ ).
14. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans cette phase. En déduire l'expression de ce courant ( $i_a(t)$ ) en supposant que la constante de temps mécanique est beaucoup plus grande de la constante de temps électrique.
15. Sur le même document-réponse, tracer les formes d'onde des courants statoriques ( $i_a$ ,  $i_b$  et  $i_c$ ).
16. En déduire le tracé de la forme d'onde du couple électromagnétique  $c_e(t)$ .
17. Calculer la valeur moyenne du couple électromagnétique  $C_e$ .
18. Comment peut-on réguler cette valeur moyenne de couple?
19. Proposer un schéma de commande en couple à travers un schéma synoptique pertinent\* accompagné d'explications.
20. Proposer un schéma de commande scalaire de vitesse à travers un schéma synoptique pertinent accompagné d'explications.
21. Proposer un schéma de simulation Simulink de l'ensemble alimentation – MSAP – commande scalaire de vitesse proposée.

---

\*) Pertinent = comportant tous les composants et toutes fonctions principales.

Nom: \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_ Signature : \_\_\_\_\_

