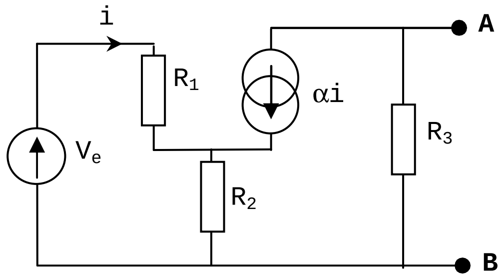
NOM :	**Correction** **Examen Médian EL80**	Note : /20
Durée : **1H40**. Calculatrice non autorisée car inutile. Aucun document personnel n'est autorisé. Téléphone portable et traducteur interdits		

Pour chaque réponse, on expliquera la démarche qui conduit au résultat proposé. Les expressions mathématiques seront exprimées <u>littéralement</u> avant d'être éventuellement calculées de façon numérique.

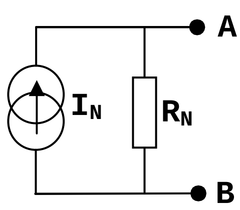
EXERCICE 1 3

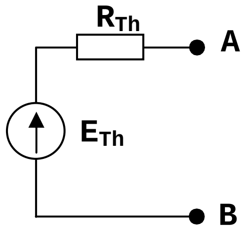
Considérons le montage suivant:



Avec $\alpha>0$ et R_1, R_2 et R_3 quelconques.

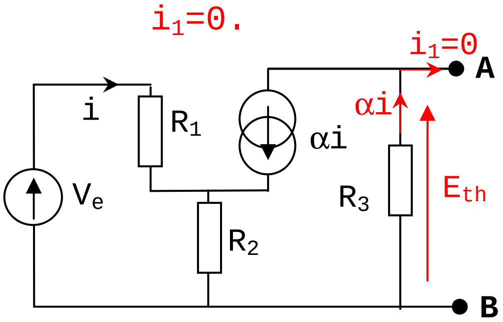
3 **1)** Déterminer les dipôles AB équivalent de Thévenin et de Norton en fonction de V_e, R_1, R_2, R_3 et α. On respectera les orientations et les notations suivantes :





Le cours nous dit que $\begin{cases} R_{Th} = R_N \\ E_{Th} = R_{Th}.I_N \end{cases}$. Il suffit donc de trouver 2 des 3 inconnues pour connaitre la troisième.

a. E_{Th} est la tension à vide du dipôle c'est-à-dire V_{AB} quand $i_1=0$.

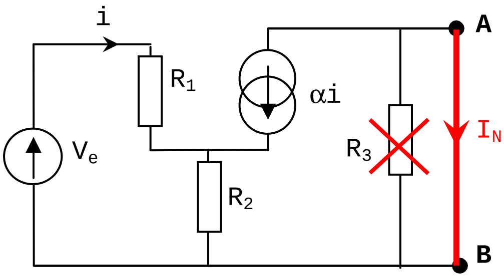


$E_{Th} = -\alpha i R_3$ or la maille d'entrée nous donne $V_e = R_1 i + R_2(\alpha+1)i$ d'où l'on déduit

$$i = \frac{V_e}{R_1 + R_2(\alpha+1)}$$ et enfin

$$\boxed{E_{Th} = \frac{-\alpha R_3 V_e}{R_1 + R_2(\alpha+1)}}$$

b. I_N est le courant de court circuit du dipôle AB.

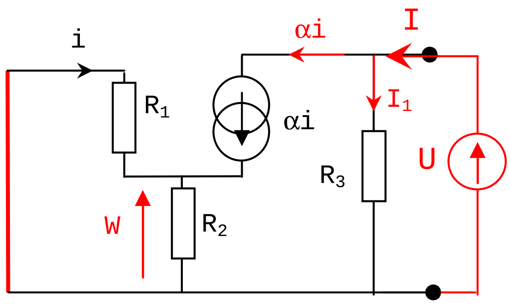


$I_N = -\alpha i$ or on a vu précédemment que

$i = \dfrac{V_e}{R_1 + R_2(\alpha+1)}$ d'où

$$\boxed{I_N = \frac{-\alpha V_e}{R_1 + R_2(\alpha+1)}}$$

c. Pour obtenir R_{Th}, on éteint les sources indépendantes et on « mesure » la résistance entre les bornes A et B.



Il suffit alors de déterminer I en fonction de U.

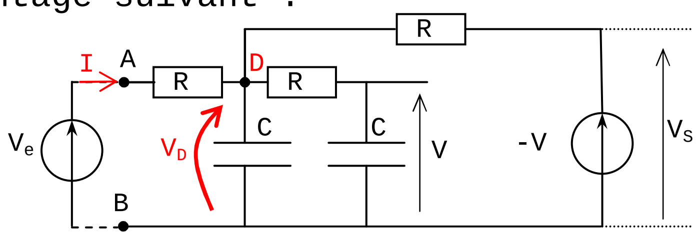
$I = I_1 + \alpha i$ or $I_1 = \dfrac{U}{R_3}$ et pour déterminer i, on exprime W de deux façons. $W = -R_1 i = R_2(\alpha+1)i$ d'où l'on déduit $0 = (R_2(\alpha+1) + R_1)i$. Comme $\alpha>0$ et R_1 et R_2 sont quelconques, alors i=0.

D'où $\boxed{R_{Th} = \dfrac{U}{I} = R_3}$

On pouvait également déduire R_{Th} à partir de E_{Th} et I_N.

EXERCICE 2 5

Considérons le montage suivant :



3 **1)** Déterminer la fonction de transfert opérationnelle $T(p) = \dfrac{V_s(p)}{V_e(p)}$. Mettre T(p) sous une forme « classique ».

$V_s(p) = -V(p)$ or $V(p) = V_D(p)\dfrac{1}{1+RCp}$ (diviseur de tension)

$$V_D(p) = \frac{\frac{V_e}{R} + \frac{V_s}{R} + \frac{V}{R}}{\frac{3}{R} + Cp} = \frac{V_e}{3+RCp} \text{ d'où } -(1+RCp)V_s = \frac{V_e}{3+RCp}$$

Donc $T(p) = \dfrac{V_s(p)}{V_e(p)} = -\dfrac{1}{(1+RCp)(3+RCp)}$

Et enfin $\boxed{T(p) = -\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{(1+RCp)\left(1+\dfrac{RC}{3}p\right)}}$ Si on identifie le dénominateur à un second ordre, on trouve $\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{RC} \\ m = \dfrac{2}{\sqrt{3}} > 1 \end{cases}$

2 **2)** Déterminer l'impédance d'entrée du montage vue des bornes A et B. Expliquer la méthode.

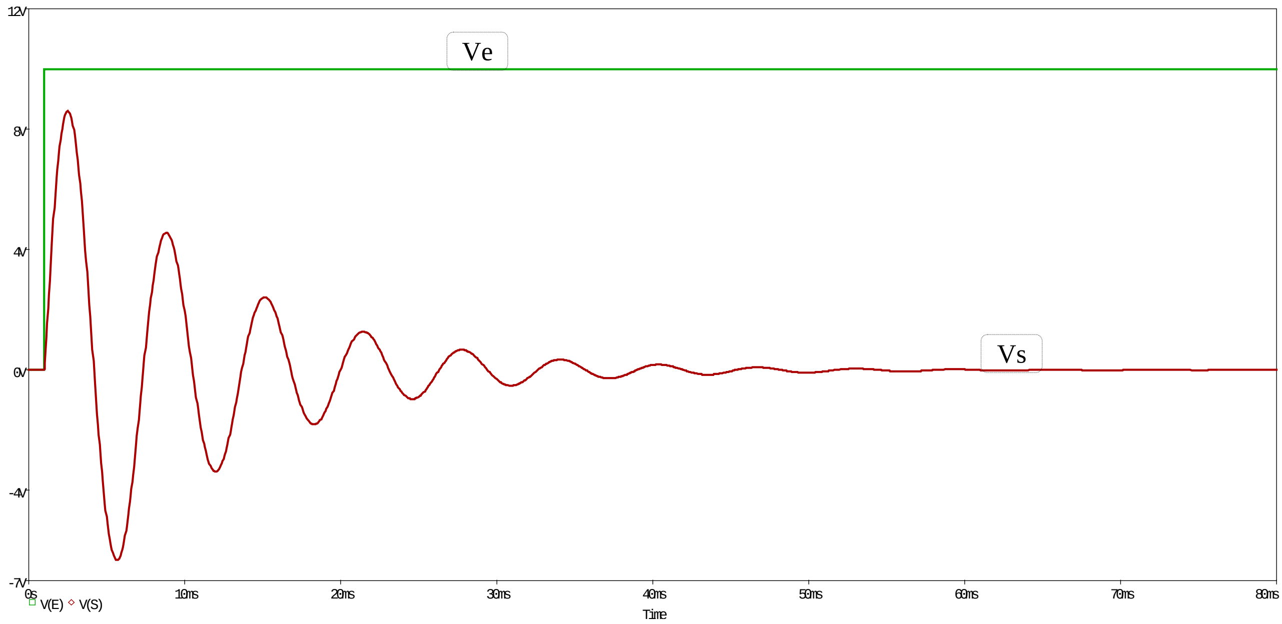
Pour déterminer l'impédance d'entrée, il suffit de calculer le rapport $Z_e = \dfrac{V_e}{I}$.

Or $I = \dfrac{V_e - V_D}{R} = \dfrac{V_e - \dfrac{V_e}{3+RCp}}{R} = \dfrac{V_e}{R}\left(\dfrac{2+RCp}{3+RCp}\right)$

D'où $\boxed{Z_e = \dfrac{V_e}{I} = R\left(\dfrac{3+RCp}{2+RCp}\right)}$

EXERCICE 3 4

Considérons le filtre qui a pour réponse à un échelon (Ve) d'amplitude 10V, la courbe (Vs) suivante :



1,5 **1)** Comment le filtre se comporte-t-il pour les fréquences infiniment hautes ? (justifier votre réponse)

L'échelon fait un saut de 0 à 10V. Cette variation infiniment rapide nous renseigne sur le comportement du filtre aux fréquences infiniment hautes. On remarque que le filtre ne transmet pas cette transition car $V_S(0^+)=0$.

1,5 **2)** Comment le filtre se comporte-t-il pour les fréquences infiniment basses ? (justifier votre réponse)

Quant t tend vers +∞, l'échelon est assimilable à un signal de fréquence nulle. On remarque que le filtre ne transmet pas le continu car $V_S(+\infty)=0$.

1 **3)** Quel type de filtre peut donner une telle réponse (justifier votre réponse) ?

Il s'agit donc d'un filtre passe-bande dont l'amortissement semble assez faible (présence d'oscillations dans la réponse à l'échelon).

EXERCICE 4 8

Considérons un système qui a pour diagrammes de Bode les courbes fournies en annexes. On appellera $\underline{T}(j\omega)$ la fonction de transfert complexe de ce système.

1 **1)** Donner la valeur de la fonction de transfert complexe $\underline{T}(j\omega)$ pour la fréquence $f_1 = 30\,\text{Hz}$.

$$\underline{T}(j2\pi f_1) = 10^{\frac{-20}{20}} e^{j\frac{\pi}{2}} = 0,1j$$

2 **2)** Pour quelle fréquence f_2 la fonction de transfert complexe $\underline{T}(j\omega)$ est-elle réelle pure ? Déterminez alors la valeur de la fonction de transfert pour cette fréquence.(expliquez et justifiez)

$\underline{T}(j\omega)$ est réelle quand son argument vaut 0 modulo Pi. Dans notre cas $\underline{T}(j\omega)$ est réelle à 300Hz quand son argument vaut 0.

A 300Hz, $\underline{T}(j\omega) = 10^{\frac{40}{20}} e^{j0} = 100$

3 **3)** On applique à l'entrée du système le signal e(t) suivant :

$e(t) = E + A\cos\left(2\pi f_3 t + \frac{\pi}{4}\right) + B\cos(2\pi f_4 t)$ où E, A et B sont des constantes réelles positives, f_3=3Hz et f_4=3kHz.

Déterminer, en justifiant chacun des termes, l'expression du signal de sortie s(t) du système en régime établi.

- Le terme constant (E) peut être considéré comme un terme harmonique de fréquence nulle. Sur les diagrammes de Bode, on constate que, pour les fréquences nulles, le gain de la fonction de transfert vaut $-\infty$dB (donc une amplification de $10^{\frac{-\infty \text{dB}}{20}} = 0$) et le déphasage est de $\frac{\pi}{2}$.
- Le terme $A\cos\left(2\pi f_3 t + \frac{\pi}{4}\right)$ est un signal sinusoïdal de fréquence 3Hz. Son aspect sinusoïdal ne sera pas affecté (propriétés des SLITs). Il sera simplement atténué (ou

amplifié) et déphasé. A 3Hz, le filtre déphase d'environ $\frac{\pi}{2}$ et le gain est de -40dB soit une amplification de 0,01.

- Le terme $B\cos(2\pi f_4 t)$ est un signal sinusoïdal de fréquence 3kHz. Son aspect sinusoïdal ne sera pas affecté (propriétés des SLITs). Il sera simplement atténué (ou amplifié) et déphasé. A 3kHz, le filtre déphase de $-\frac{\pi}{2}$ et le gain vaut -20dB soir une amplification de 0,1.

d'où $\boxed{s(t) = E.0 + A.0,01\cos\left(2\pi f_2 t + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) + B.0,1\cos\left(2\pi f_3 t - \frac{\pi}{2}\right)}$

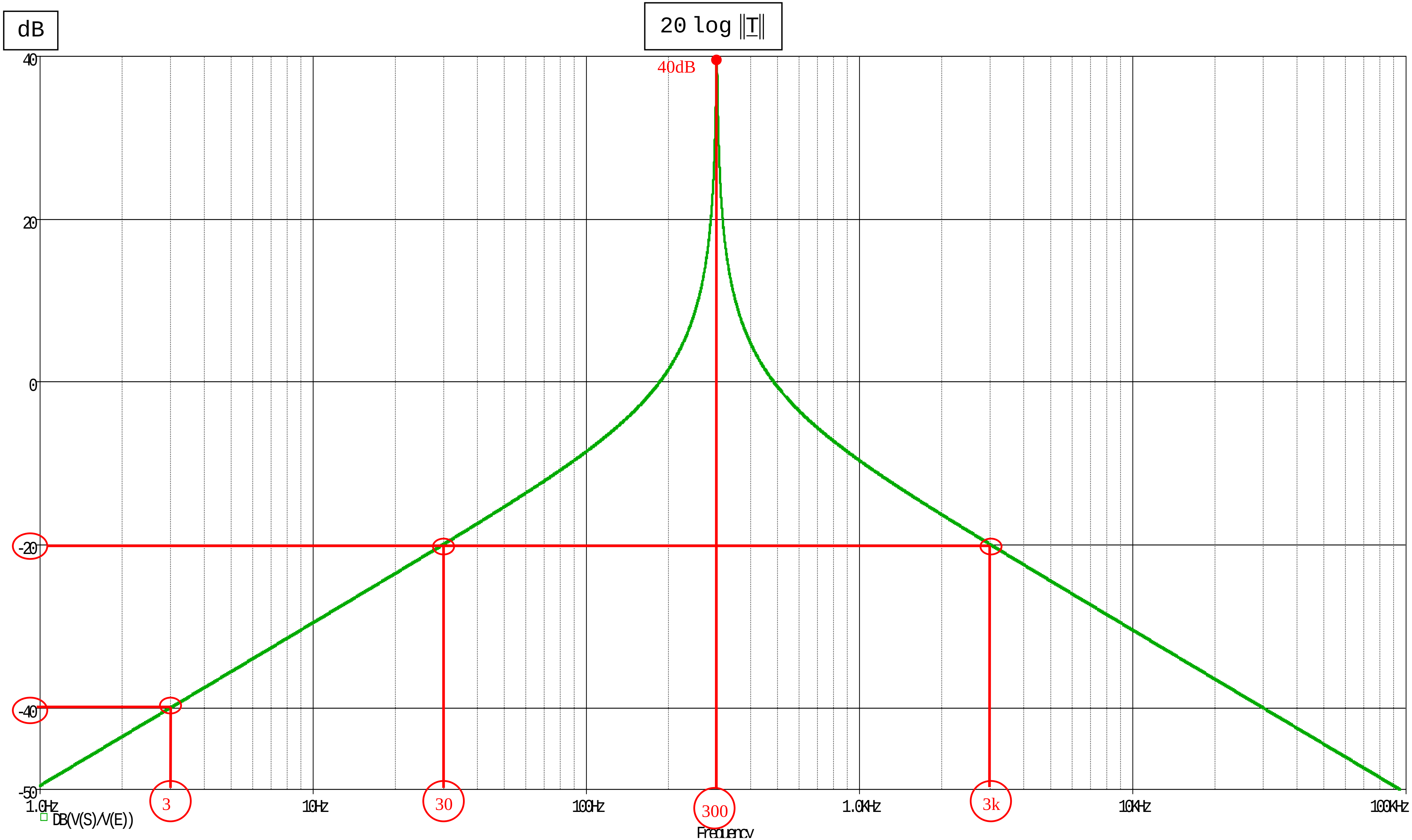
2 **4)** On applique un échelon d'amplitude E à l'entrée du système. En raisonnant sur les diagrammes de Bode, déterminer les limites en zéro et en plus l'infini de la réponse du système (justifier vos réponses).

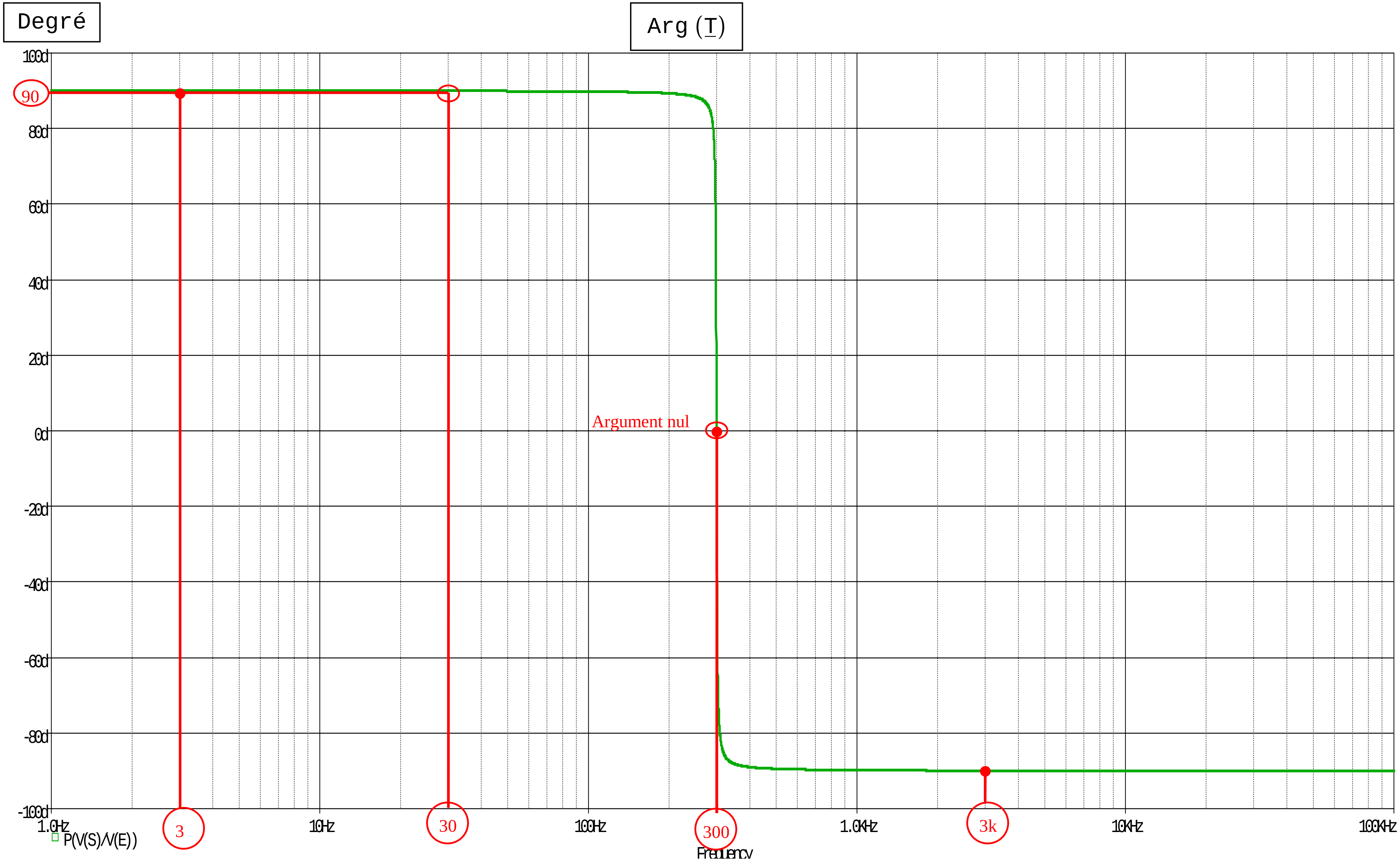
<u>Limite en 0 :</u>
Le comportement du système pour la variation infiniment rapide de l'échelon est le même que son comportement pour les fréquences infinies (atténuation de $-\infty$ dB et déphasage $-\frac{\pi}{2}$).

Donc $\boxed{\lim_{t\to 0^+} s(t) = E\,10^{\frac{-\infty dB}{20}} = 0}$

<u>Limite en + l'infini :</u>
Quand t tend vers l'infini, l'échelon devient assimilable à une constante. Le signal d'entrée est donc équivalent à un signal harmonique de fréquence nulle.
On constate que, pour les fréquences nulles, le gain de la fonction de transfert vaut $-\infty$ dB (donc une amplification nulle) et un déphasage est de $\frac{\pi}{2}$.

Donc $\boxed{\lim_{t\to +\infty} s(t) = E\,10^{\frac{-\infty dB}{20}} = 0}$


dB
20 log ||T||
40dB
40
20
0
-20
-40
-50
1.0Hz
10Hz
100Hz
1.0KHz
10KHz
100KHz
Frequency
DB(V(S)/V(E))
3
30
300
3k



Degré
Arg (T)
100d
80d
60d
40d
20d
0d
-20d
-40d
-60d
-80d
-100d
90
Argument nul
1.0Hz
10Hz
100Hz
1.0KHz
10KHz
100KHz
3
30
300
3k
P(V(S)/V(E))
Frequency