

NOM :

PRENOM :

Final FQ51 - Automne 2014: tous documents autorisés

(1)

IL EST IMPERATIF DE RENDRE L'ENONCE

Exercice 1

1) Présenter les relations nécessaires au calcul de la fiabilité dans le cas où la sollicitation (C_{ap}) et la résistance (C_{ad}) suivent des lois Gammas avec des décalages nuls. Utiliser les notations suivantes :

$$L(C_{ap}) = \Gamma(a; p) \quad L(C_{ad}) = \Gamma(b; q)$$

2) Effectuer des applications numériques concernant la question 1) dans le cas d'un matériau dont les caractéristiques d'endurance (σ_D) à 10^7 cycles sont les suivantes:

$$\overline{C_{ad}} = \overline{\sigma}_D = 4\text{N/cm}^2, \text{ et } S_{C_{ad}} = S_{\sigma_D} = 1.2\text{N/cm}^2$$

et pour les configurations suivantes en sollicitation.

	Cas1	Cas2	Cas3
m_{Cap}	3	2.5	2
$v_{Cap} = S_{Cap}/m_{Cap}$	0.05	0.1	0.3

3) Avec ce même matériau, on réalise une barre de section rectangulaire de base B et d'épaisseur H qui est soumise à une traction F d'où la contrainte de traction $C_{ap} = \frac{F}{BH}$. Le matériau utilisé est caractérisé comme en 2). Exprimer la fiabilité (R) de la poutre en fonction de F, B, H et Cad.

4) Dans la suite, nous admettons que la fiabilité s'obtient par le calcul de l'indice de fiabilité Z_R en faisant l'hypothèse que toutes les variables aléatoires (d'entrées et composées), suivent des lois Normales.

Avec Z_R qui s'exprime de la manière suivante :
$$Z_R = - \frac{\overline{C_{ap}} - \overline{C_{ad}}}{\sqrt{S_{Cap}^2 + S_{Cad}^2}}$$

Exprimer $\overline{C_{ap}}$, S_{Cap} et le coefficient de variation de C_{ap} en fonction des paramètres des autres variables aléatoires.

Vous pouvez utiliser les notations suivantes : $Z_1=F$; $Z_2=B$; $Z_3=H$ et $Z_4=Cad$.

Vous devez utiliser les relations suivantes :

$\overline{X^n} = (\overline{X})^n \left[1 + 0.5 * n * (n-1) * v_X^2 \right] \quad (\text{pour } n = 2, 3, 4, \dots)$ $\text{Var}(X^n) = \text{Var}(X) (n * (\overline{X})^{n-1})^2 \quad (n=3, 4, 5, \dots)$ <p style="text-align: center;"><u>Pour n=2</u></p> $\text{Var}(X^2) = 4 \text{Var}(X) (\overline{X})^2 (1 + 0.5 * v_X^2)$	$\left(\frac{X_1}{X_2} \right) \approx \frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_2} \quad \left(\overline{X_1 \cdot X_2} \right) \approx \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2$ $\text{Var} \left(\frac{X_1}{X_2} \right) \approx \left(\frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_2} \right)^2 \left[\frac{v_1^2 + v_2^2}{1 + v_2^2} \right]$ $\text{Var}(X_1 \cdot X_2) \approx (m_1 \cdot m_2)^2 \cdot [v_1^2 + v_2^2 + v_1^2 v_2^2]$
--	--

5) Calculer la fiabilité dans le scénario suivant:

variables		moyenne	Ecart-type
F	Z_1	100N	30N
B	Z_2	10cm	3cm
H	Z_3	5cm	1.5
Cad	Z_4	4N/cm ²	1.2N/cm ²

Exercice 2

Lors d'une expérience factorielle complète avec 2 facteurs variant à 2 modalités et sans répétition. Présenter (avec une application numérique à chaque fois) les scénarios suivants :

- 1- Un des deux facteurs est le seul élément influant.
- 2- Un des deux facteurs est influant ainsi que l'interaction des deux facteurs.
- 3- Les deux facteurs sont influant mais pas l'interaction des deux facteurs.
- 4- Uniquement l'interaction est influente.

Exercice 3

Développer une démarche et ses conséquences pour le choix d'un plan d'expériences optimum permettant de répondre au modèle suivant :

$Y = \text{moyenne} + A + B + C + D + E + AB + BC$ avec des facteurs avec deux modalités et la répartition suivante des groupes

facteur	A	B	C	D	E
Groupe	1	2	3	4	4

Dans le cas où 4 facteurs bruits (à deux modalités) sont identifiés. Quelles sont vos propositions pour compléter l'étude si l'objectif est la robustesse du minimum souhaité.

Exercice 4

Trois familles cherchent à obtenir de belles brioches qu'elles se sont engagées à préparer pour la fête de l'école. La grandeur étudiée est la hauteur de la brioche après cuisson. L'objectif est d'atteindre la valeur nominale de 13.5cm.

Un travail méthodique a conduit les trois familles à retenir les facteurs suivants :

A : Mode d'incorporation des blancs ; B : Durée de cuisson
C : Température du four D : Quantité de levure

Les modalités de chaque facteur sont les suivantes :

facteur	1	2
A	Lent	Rapide
B	40mm	50mm
C	150°C	200°C
D	15g	20g

Le modèle retenu est le suivant $Y = \bar{Y} + A + B + C + D + BC$

Le plan adopté ainsi que les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Essai	A	B	C	D	F1	F2	F3
1	1	1	1	1	13,4	17,2	12,0
2	1	1	2	2	12,7	16,9	12,2
3	1	2	1	2	11,0	7,3	10,4
4	1	2	2	1	12,3	13,0	12,7
5	2	1	1	2	7,5	15,5	10,9
6	2	1	2	1	7,9	10,1	10,8
7	2	2	1	1	12,6	12,2	12,1
8	2	2	2	2	15,3	15,1	10,8

Effectuer les analyses nécessaires pour ce type de plan. Vos commentaires.

Bonne chance