

Examen Final
Jeudi 18 Janvier 2007, de 8h à 10h, en salles P108 et T306, site de Sevenans

Coefficient : 40%
Document autorisé : ensemble des cours+TD+TP.

Remarques et conseils :

- Lisez **attentivement** chaque question avant d'y répondre.
- Indiquer clairement le numéro de la question avant d'y répondre.
- Expliquez autant que possible les choix que vous faites lorsque vous définissez des prédicats.

Partie I : Questions de logique (7 points)

Question 1 (4 points) :

Réécrire en **logique des prédicats du premier ordre** et indiquer le **programme PROLOG** des énoncés suivants :

- a) « Tout nombre impair ou égal à 2 peut être un nombre premier. »
- b) « Pour tout entier X et Y, X est le maximum de X et de Y si et seulement si X est supérieur ou égal à Y, sinon Y est le maximum. »
- c) « Pour tout X, X possède la propriété p si et seulement s'il possède les deux propriétés a et b, ou s'il possède la propriété c »
- d) « Tout carré est défini par 4 sommets. »

Question 2 (3 points) :

Indiquez le(s) résultat(s) de chacun des programmes PROLOG suivants :

- a) Programme : `mystere1([],L,L).`
`mystere1([X|L1],L2,[X|L3):-mystere1(L1,L2,L3).`

Requête : `?- mystere1(A1, [8 | A2], [2,4,6,8,10,1,3,5,7]).`

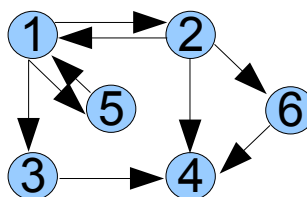
- b) Programme : `mystere2([],_,[]).`
`mystere2([X|L1],L2,L):-mystere3(X,L2),!,mystere2(L1,L2,L).`
`mystere2([X|L1],L2,[X|L]):-mystere2(L1,L2,L).`

`mystere3(X,[X|_]).`
`mystere3(X,[T|L]):-dif(X,T),mystere3(X,L).`

Requête : `?- mystere2([a,b,c,d,e,f,5,6,10,15],[c,3,6,9,12,15],A).`

Partie II : Gestion d'un graphe (10 points)

Un graphe orienté est défini par un ensemble de sommets et un ensemble d'arcs reliant ces sommets. En PROLOG, un graphe peut être représenté par une liste de couples de sommets. Par exemple, la liste `[[1,2],[2,1],[2,6],[6,4],[2,4],[3,4],[1,3],[1,5],[5,1]]` représente le graphe suivant :



Cette représentation sous forme de liste d'arcs suppose donc que l'ensemble des sommets du graphe peut être déduit à partir de cette liste d'arcs.



Question 3 (1 point) :

Définir le prédicat **nbArcs(G,N)** qui réussit si et seulement si N est le nombre d'arcs du graphe G.

Question 4 (1,5 points) :

Définir le prédicat **nbSommets(G,N)** qui réussit ssi N est le nombre de sommets du graphe G.

Question 5 (1,5 points) :

Définir le prédicat **sommets(G,L)** qui réussit si et seulement si L est la liste des sommets du graphe G. Par exemple, *sommets([[1,2],[2,1],[2,6],[6,4],[2,4],[3,4],[1,3],[1,5],[5,1]],L)* instancie L avec la liste [1,2,3,4,5,6].

Question 6 (2 points) :

Définir le prédicat **arc(X,Y,G)** qui réussit si et seulement s'il existe un arc entre le sommet X et le sommet Y dans le graphe G.

Question 7 (2 points) :

Définir le prédicat **ajouterArc(G,Sd,Sa,Gr)**, qui réussit si et seulement si Gr est le graphe obtenu à partir du graphe G en ajoutant l'arc qui relie les sommets Sd et Sa.

L'arc (Sd,Sa) ne devra être ajouté que s'il n'existe pas déjà dans le graphe G. L'ordre d'insertion d'un arc n'a pas d'importance.

Question 8 (2 points) :

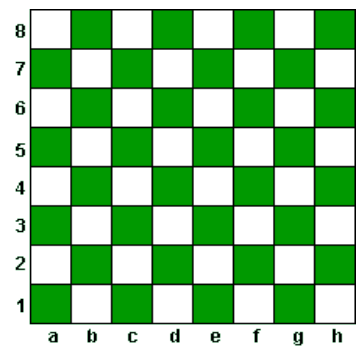
Définir le prédicat **enleverArc(G,S,Gr)**, qui réussit si et seulement si Gr est le graphe obtenu à partir du graphe G en enlevant les arcs qui arrivent au sommet S.

Partie III : Problème du cavalier d'Euler (3 points)

Ce problème, proposé par le célèbre mathématicien, consiste à déterminer l'ordre des cases que doit emprunter un cavalier pour parcourir une et une seule fois toutes les cases d'un échiquier de 8 cases sur 8 cases. Le cavalier est disposé initialement sur la case en haut à gauche de l'échiquier.

Le tableau suivant (à gauche) propose une solution matricielle, en indiquant un ordre possible des numéros de sauts du cavalier.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11



Le mouvement d'un cavalier est en forme de L : un cavalier placé sur la case C3 de l'échiquier ci-dessus pourra aller sur l'une des 8 cases A2, A4, B1, D1, B5, D5, E2 ou E4.

Question 9 (3 points) :

Analysez ce problème en précisant les points suivants :

- 1) Auquel des problèmes étudiés en TD ou en TP s'apparente ce problème du cavalier d'Euler ?
- 2) Quelles sont les propriétés que doit avoir une solution telle que celle représentée par la matrice ci-dessus ? Précisez quel est donc le sous-problème principal introduit par le problème du cavalier d'Euler ?
- 3) Expliquez comment vous décomposeriez alors ce problème pour le résoudre, en vous inspirant des prédicats utilisés en TD pour résoudre le problème que vous avez identifié en 1).

Question subsidiaire :

Proposez éventuellement un programme PROLOG qui génère facilement une telle solution, en réutilisant ou modifiant des prédicats déjà définis en TD ou TP et en en définissant de nouveaux.