Examen Médian
Mercredi 2 Novembre 2011

Coefficient : 30%.
Aucun document autorisé.

Remarques et conseils :
- Lisez **attentivement** chaque question avant d'y répondre.
- Rédigez sur des copies séparées les parties 1 et 2.
- Indiquer clairement sur votre copie le numéro de l'exercice avant d'y répondre.
- Lorsque vous définissez un prédicat, son profil et sa définition formelle doivent être au moins indiqués. Un jeu d'essais est facultatif.
- Expliquez autant que possible vos choix lors de la définition d'un prédicat.
- Le barème défini ci-après est susceptible d'être modifié.

Les parties I et II devront être rédigées sur deux copies différentes.

Partie I : Questions de cours et logique (10 points)

Exercice 1 : Questions de cours (5 points)

1. Quels sont les trois composantes essentielles d'un problème ?
   Quelles sont les quatre étapes recommandées par *G. Polya* pour bien résoudre un problème ?
2. Définissez aussi précisément que possible ce qu'est un problème de décision séquentielle. Donnez un exemple. Rappelez la terminologie pour ce type de problème.
3. Qu'est-ce qui caractérise un problème résolu de manière non déterministe ?

Exercice 2 : Logique propositionnelle (5 points)

Soit le raisonnement suivant :

(E1) Ce soir, si je suis tout seul chez moi, qu'un film de science-fiction est diffusé à la télé et que mes copains ne veulent pas aller au cinéma, je regarde la télé.
(E2) Lorsqu'il n'y a pas de film de science-fiction diffusé à la télé ou que je ne suis pas tout seul, je ne regarde pas la télé.
(E3) Lorsque je ne regarde pas la télé, je travaille sur mon projet d'IA41.
(E4) Ce soir je travaille sur mon projet d'IA41.

1. Utilisez le langage propositionnel pour traduire les énoncés de ce raisonnement. Précisez le vocabulaire (univers du discours) utilisé.
2. Sous laquelle(s) des conditions suivantes ce raisonnement devient valide :
   - Je suis tout seul ce soir.
   - Je ne suis pas tout seul ce soir.
   - Il y a un film de science-fiction à la télé ce soir.
   - Il n'y a pas de film de science-fiction à la télé ce soir.

   Démontrez-le en appliquant la méthode de résolution. Précisez clairement les ensembles successifs de formules sur lesquelles s'applique la méthode.

Partie II : Prolog (10 points)

Exercice 1 : Vecteurs et Matrices (5 points)

On souhaite définir des prédicats Prolog permettant de manipuler des vecteurs mathématiques en colonne qui seront représentés par des listes contenant les coordonnées des vecteurs.
Exemple : le vecteur u de dimension 3 et de coordonnées u_1=2, u_2=6 et u_3=5 sera défini par la liste U=[2,6,5] en Prolog.

1) Sans utiliser le prédicat prédéfini « *length* » de Prolog, écrire le prédicat « *dim(+U,-D)* » qui est vrai si la dimension du vecteur U est D.

2) Ecrire le prédicat « *produitScalaire(+U,+V,-P)* » qui est vrai si $P=U.V$ est le produit scalaire des vecteurs U et V. Si U et V sont de même dimension, alors leur produit scalaire est :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_m \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_m \end{pmatrix} = u_1 \times v_1 + u_2 \times v_2 + \dots + u_m \times v_m$$

3) On représente maintenant une matrice A de dimension n x m par une liste de n lignes, chaque ligne étant une liste de m réels. Par exemple, la matrice $A=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 9 \\ 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, de dimension 2 x 3, sera représentée par la liste A=[[4,3,9] , [7,2,5]].
Ecrire le prédicat « *multiplieMatrice(+A, +U, -V)* » qui est vrai si : $V=A\times U$. On rappelle que :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}\times u_1 + a_{12}\times u_2 + \dots + a_{1m}\times u_m \\ a_{21}\times u_1 + a_{22}\times u_2 + \dots + a_{2m}\times u_m \\ \dots \\ a_{n1}\times u_1 + a_{n2}\times u_2 + \dots + a_{nm}\times u_m \end{pmatrix}$$

Exercice 2 (5 points)

1) Définissez le prédicat *pgcd(A,B,C)* qui est vrai si l'entier naturel C est le plus grand commun diviseur des deux entiers naturels A et B. Utilisez l'algorithme d'Euclide :

Si A = B alors pgcd(A,B)=A ;
Sinon Si A>B alors pgcd(A,B)=pgcd(A-B,B) ;
Sinon, pgcd(A,B)=pgcd(A,B-A) ;

Exemples :
?- *pgcd*(48,36,12). Retourne Yes
?- *pgcd*(48,36,6). Retourne No
?- *pgcd*(48,36,R). Retourne R=12

2) Définissez le prédicat *Nb_Coincidences*(L1,L2,N) qui est vrai si N est le nombre de coïncidences entre les deux listes d'entiers L1 et L2, triées dans l'ordre croissant.
Exemples :
?- *Nb_Coincidences*([1,3,8,10],[2,3,7,8],2). Retourne Yes
?- *Nb_Coincidences*([1,3,8,10],[2,3,7,8],3). Retourne No
?- *Nb_Coincidences*([1,3,8,10],[2,3,7,8],R). Retourne R=2

3) Définissez le prédicat *Rangement*(L1,L2) qui est vrai si les entiers de L1 sont rangés dans L2 de telle sorte que les pairs sont localisés dans la partie gauche et les impairs sont localisés dans la partie droite.
Exemple :
?- *Rangement*([1,3,2,11,7,8,10,6],R). Retourne R=[2,8,10,6,7,11,3,1]