

Examen Médian
Vendredi 3 Mai 2013

Les parties I et II devront être rédigées sur deux copies différentes.

Partie I : Logique des propositions (10 points)

1. Quelles sont les tautologies parmi les formules suivantes (détailler votre réponse) :
 - a) $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \Rightarrow C)$
 - b) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
 - c) $((A \wedge B) \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$
 - d) $(B \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (B \wedge A)$

2. Les ensembles suivants sont-ils inconsistants ?
 - a) $S = \{\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee e, a \vee \neg b, b \vee \neg c, c \vee \neg d, d \vee \neg c, b, \neg a \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg d, \neg b \vee c\}$
 - b) $S = \{p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s, q, r, p \vee \neg r, q \vee \neg s, s \vee \neg r, p \vee \neg q\}$

3. Dire si l'ensemble suivant de formules est satisfiable ou non (détailler) :
 - a) $\{p \vee q, (r \Rightarrow s) \Rightarrow p, (q \vee \neg r) \Rightarrow (\neg p \wedge q), r, s \Rightarrow \neg q, \neg s \Rightarrow \neg p \wedge q \wedge r\}$

4. Traduisez les énoncés a) à i) dans la logique des propositions, puis transformer les en clauses.
 - a) Un arc-en-ciel apparaît si et seulement si il y a du soleil et des gouttelettes d'humidité présentes dans l'atmosphère.
 - b) S'il pleut et qu'il y a du soleil, alors il y a un arc-en-ciel
 - c) S'il pleut et qu'il y a un arc-en-ciel, alors il pleut !
 - d) Ce n'est pas vrai qu'il pleut, qu'il y a du soleil ou qu'il y a un arc-en-ciel
 - e) De deux choses l'une : soit il pleut, soit il ne pleut pas et il y a du soleil.
 - f) Dire qu'il n'y a pas d'arc-en-ciel revient à dire qu'il manque la pluie ou le soleil
 - g) S'il pleut il n'y a pas de soleil, et s'il n'y a pas de soleil, il n'y a pas d'arc-en-ciel !
 - h) Des gouttelettes d'humidité sont présentes dans l'atmosphère seulement lorsque l'on est près d'une cascade ou lorsqu'il pleut.
 - i) Il ne pleut pas, et pourtant il est faux de dire qu'il n'y a pas d'arc-en-ciel

En appliquant le principe de résolution, indiquez si les énoncés E1, E2, E3 peuvent être déduits des clauses précédentes ;

E1) Il pleut et il y a du soleil.

E2) On est près d'une cascade.

E3) Il y a du soleil et des gouttelettes d'humidité présentes dans l'atmosphère