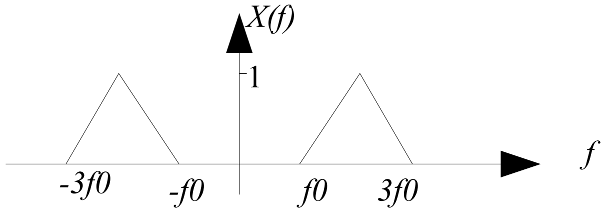
IN41 - final

Sans document durée 2h
Lisez l'enoncé et justifiez vos réponses

1. Echantillonnage (6)

On considère le signal analogique x(t) dont le module du spectre donné par la figure ci-contrele



1. A quelle fréquence minimum doit-on échantillonner ce signal ?
2. Pour cette fréquence d'échantillonnage noté *fe*, représenter le spectre su signal échantillonné pour $0 \leq f < fe$.
3. Maintenant $x(t)=e^{4\,j\pi\,f0\,t}$ la fréquence d'échantillonnage précédente est conservée.

On supose qu'après échantillonnage le signal est reconstruit par filtrage passe bas idéal. Donner l'expression du signal reconstruit

4. Même question pour le signal $x(t)=e^{8j\pi\,f0\,t}$

2. Etude d'un filtre (9)

Chaque échantillon de sortie y(n) est calculé par la relation suivante :

$$y(n)=\frac{1}{4}\left(x(n)-2\cdot x(n-1)+x(n-2)\right)$$

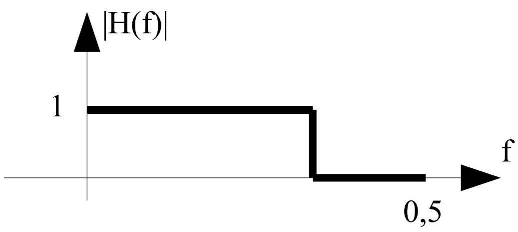
1. Représentez graphiquement les coefficients *h(n)* de la réponse impulsionnelle *{h(n)}* du filtre en fonction de *n* (on se limitera aux 5 premiers coefficients)
2. Donnez l'expression de la transmittance en Z, *T(z)*, définie par $T(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}$ où *Y(z)* et *X(z)* désignent respectivement les transformées en Z des signaux discrets *{y(n)}* et *{x(n)}*.
3. Donnez l'expression de la transmittance complexe *H(f)* définie par $H(f)=\dfrac{Y(f)}{X(f)}$, où *Y(f)* et *X(f)* désignent respectivement les transformées de Fourier des signaux discrets *{y(n)}* et *{x(n)}*.
4. Mettez l'expression précédente sous la forme : $H(f)=|H(f)|e^{j\varphi(f)}$ et représentez le module de cette fonction de transfert complexe.
5. De quel type de filtre s'agit-il ?

3. Synthèse d'un filtre par TFD inverse (6)

On souhaite réaliser un filtre passe bas RIF avec N échantillons par TFD inverse avec comme fréquence de coupure la fréquence normalisée f = 3/8.
On rappelle que les coefficients de la TFD et TFD inverse sont reliés par les relations suivantes

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2j\pi\frac{nk}{N}} \quad \text{et} \quad x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{2j\pi\frac{nk}{N}}$$

Filtre souhaité pour $0 \leq f < 0{,}5$



On prend N = 4

1. Donner les coefficient X(k)
2. Donner les coefficients x(n)
3. Donnez la réponse fréquentielle $\hat{H}(f)$ du filtre réalisé