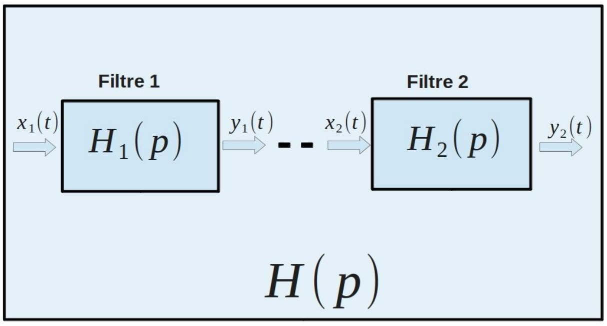
FINAL IN41 P12

Durée : 2 heures / tous les documents sont autorisés / Calculette simple conseillée
Les exercices suivants sont notés 19 points sur 20
+ 1 point pour la lisibilité de la présentation, la rigueur de la syntaxe et de l'orthographe

Exercise 1

On considère une structure de filtre analogique faite de la mise en série de 2 filtres du premier ordre de fonctions de transfert $H_1(p) = \dfrac{1}{1+\tau_1 p}$ et $H_2(p) = \dfrac{\tau_2 p}{1+\tau_2 p}$ (voir figure)



1. **Etude du filtre 1 :**
   (a) Donner l'équation différentielle liant $y_1(t)$, $\dfrac{dy_1(t)}{dt}$ et $\dfrac{dx_1(t)}{dt}$
   (b) Exprimer la réponse fréquentielle $H_1(j.f)$ en fonction de τ_1 et f
   (c) Calculer $\lim_{f\to 0} H_1(j.f)$ et $\lim_{f\to +\infty} H_1(j.f)$. En déduire la nature du filtre (passe-bas, passe-haut,...).
   (d) Quel lien existe entre la réponse impulsionnelle $h_1(t)$ du filtre 1 et sa fonction de transfert $H_1(p)$. Donner l'expression de $h_1(t)$
   (e) Calculer les limites $h(\infty)$ et $h(0)$ à partir de l'expression de $h_1(t)$ et tracer cette réponse.
   (f) Retrouver les limites calculées dans la question prècedente en utilisant les théorèmes de la valeur initiale et de la valeur finale. .
   (g) Donner l'expression de la réponse indicielle $d_1(t)$ du filtre 1
2. **Etude du filtre 2:**
   (a) Donner l'équation différentielle liant $y_2(t)$, $\dfrac{dy_2(t)}{dt}$ et $\dfrac{dx_2(t)}{dt}$
   (b) Exprimer la réponse fréquentielle $H_2(j.f)$ en fonction de τ_2 et f

(c) Calculer $\lim_{f \to 0} H_2(j.f)$ et $\lim_{f \to +\infty} H_2(j.f)$. En déduire la nature du filtre (passe-bas, passe-haut,...).

(d) Donner l'expression de la réponse impulsionnelle $h_2(t)$ du filtre.

(e) Donner l'expression de la réponse indicielle $d_2(t)$ du filtre 2

3. **Etude du filtre équivalent :**

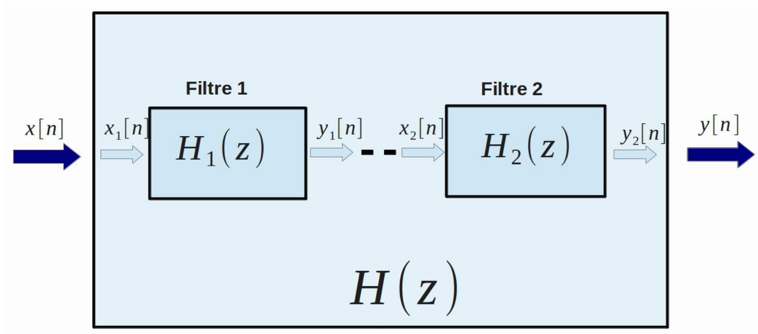
   (a) Donner la fonction de transfert $H(p)$ du filtre équivalent

   (b) Donner l'expression de la réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre.

   (c) Donner l'expression de la réponse indicielle $d(t)$ du filtre

Exercise 2

On s'intéresse à l'implémentation d'un filtre numérique du second ordre défini par sa fonction de transfert $H(z) = \dfrac{1 + 0.5z^{-1}}{1 + 7z^{-1} + 10z^{-2}}$



1. Donner l'équation aux différences du filtre numérique.

2. Donner le schéma fonctionnel du filtre.

3. On cherche ensuite à mettre ce filtre sous la forme d'une cascade de 2 filtres du premier ordre. La fonction de transfert du 1er filtre est donnée par $H_1(z) = \dfrac{1 + 0.5z^{-1}}{1 + 2z^{-1}}$

4. Etude du filtre 2

   (a) Montrer que $H_2(z) = \dfrac{1}{1 + 5z^{-1}}$

   (b) Donner l'équation aux différences du filtre 2 de 1er ordre

   (c) En déduire son diagramme fonctionnel

   (d) Déterminer la réponse impulsionnelle du filtre 2 en utilisant l'équation de récurrence

   (e) Déterminer la réponse impulsionnelle du filtre 2 en utilisant la fonction de transfert $H_2(z)$

   (f) Quelle est la nature du filtre 2 (FIR ou RII)?. Justifier votre réponse.

(g) Le filtre 2 est-il stable?. Représenter sa réponse impulsionnelle $h_2(n)$

(h) Quel lien existe entre la fonction de transfert $H_2(z)$ et la réponse impulsionnelle $h_2(n)$?

(i) Déterminer et représenter la réponse indicielle $d_2(n)$ du filtre 2 à partir de son équation de récurrence.

(j) Retrouver cette réponse à partir de la fonction de transfert $H_2(z)$

(k) Calculer la réponse fréquentielle $H(j\Omega)$ du filtre 2 ($\Omega = 2\pi f T_e$).

(l) Déterminer le module $||H||$ et l'argument ϕ_H de $H(j\Omega)$. Représenter $||H||$ et ϕ_H pour le domaine utile du filtre.