FINAL IN41 P14

Durée : 2 heures / tous les documents sont autorisés / Calculette simple conseillée
Les exercices suivants sont notés 19 points sur 20
+ 1 point pour la lisibilité de la présentation, la rigueur de la syntaxe et de l'orthographe

On considère un filtre numérique défini par l'algorithme suivant :

$$a_0x(n) + a_1x(n-1) + a_2x(n-2) = b_0y(n) + b_1.y(n-1) + b_2.y(n-2)$$

I. PREMIER CAS: $a_0 = 0;\ a_1 = 1;\ a_2 = -1 \qquad b_0 = 1;\ b_1 = b_2 = 0$

1. En calculant la transformée en z de l'équation du filtre, donner sa fonction de transfert $H(z)$.

2. Donner la relation liant la réponse impulsionnelle $h(n)$ à l'impulsion de Dirac $\delta(n)$

3. Calculer à partir de cette relation les échantillons de cette réponse impulsionnelle.

4. Justifier la dénomination du filtre RIF

M.Dridi

5. Calculer la transformée en z de $\delta(n-k)$ avec $k \neq n$ et de $\delta(n)$ l'impulsion de Dirac numérique.

6. Quel lien existe entre la fonction de transfert et la réponse impulsionnelle ?. Retrouver ainsi l'expression de $H(z)$ à partir de $h(n)$

7. Donner l'expression de la réponse fréquentielle $H(jf)$ en fonction de f, π et de la fréquence d'échantillonnage f_e.

8. En déduire l'expression de $\parallel H(jf) \parallel$ en fonction de la fonction sinus ainsi que $\Phi_H = arg(H(jf))$ en fonction de π, f et f_e.

9. Calculer la valeur de $\parallel H(jf) \parallel$ et $\Phi_H = arg(H(jf))$ pour: $f = 0$, $f = \dfrac{f_e}{4}$ et $f = \dfrac{f_e}{2}$

M.Dridi

10. Tracer $\| H(jf) \|$ et $\Phi_H = arg(H(jf))$ sur $[-\frac{f_e}{2},+\frac{f_e}{2}]$

11. De quel type de filtre s'agit-il?

II. DEUXIEME CAS: $a_0 = a_1 = 1;\ a_2 = 0;\qquad b_0 = 1;\ b_1 = -\alpha$ réel non nul; $b_2 = 0$

1. Donner la fonction de transfert $H(z)$ du filtre en fonction de α.

2. Détermination de la réponse impulsionnelle du filtre :

   - A partir de l'équation de récurrence, donner l'expression des échantillons de la réponse impulsionnelle en fonction de n et de α

- Retrouver ce résultat à partir de la fonction de transfert en z.

3. Justifier la dénomination *filtre à réponse impulsionnelle infinie.*

4. Quelle est la condition pour que le filtre soit stable ?

5. Représenter la réponse impulsionnelle pour $\alpha = 0.2$

6. Déterminer et représenter la réponse indicielle $d(n)$ du filtre à partir de l'équation de récurrence dans le cas où $\alpha = 0.2$.

7. Donner l'expression de la réponse indicielle $d(n)$ du filtre à partir de la fonction de transfert $H(z)$ dans le cas où $\alpha = 0.2$.

8. Etude de la réponse fréquentielle :

   - Calculer la réponse fréquentielle $H(jf)$ de ce filtre numérique.

   - Déterminer le module $||H(jf)||$ et l'argument ϕ_H de $H(jf)$. Représenter $||H(jf)||$ et ϕ_H pour le domaine utile du filtre. De quel type de filtre s'agit-il ?