

Final IN41

Exercice 1

On considère un filtre analogique d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$ et dont l'équation différentielle est la suivante

$$: e'(t) = s'(t) + s(t)$$

1. Donner la fonction de transfert $H(p)$ du filtre (les conditions initiales sont considérées nulles)
2. Vérifier la stabilité du filtre en examinant les pôles de la fonction de transfert
3. Donner l'expression de la réponse en fréquence du filtre $H(j\omega)$
4. En déduire en examinant les limites de cette réponse en module, la nature du filtre
5. Exprimer le gain en puissance G_{db} et le déphasage ϕ en fonction de ω
6. Représenter cette fonction de transfert sous forme d'une courbe de gain et de phase en mettant en évidence toutes les asymptotes à la courbe
7. Donner la valeur de la fréquence de coupure f_c ainsi que le déphasage correspondant.
8. Donner à partir de la fonction de transfert $H(p)$ l'expression de la réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre et la représenter en fonction du temps
9. Donner la réponse indicielle du filtre $d(t)$ et représenter cette réponse en fonction du temps.
10. Donner l'expression de la réponse du système à un signal rampe
11. Donner l'expression de la réponse au signal $x(t) = e^{-\alpha t}$ avec $\alpha > 0$

Exercice 2

Soit un filtre numérique d'entrée $x(n)$, de sortie $y(n)$ et d'équation : $y(n) = 0.5 x(n) + 0.25 x(n-2)$

1. Donner la fonction de transfert $H(z)$
2. Tracer le diagramme fonctionnel de ce filtre
3. Donner et représenter la réponse impulsionnelle $h(n)$
4. En déduire la nature du filtre (RIF ?, RII ?)
5. Donner et représenter la réponse indicielle $d(n)$ du filtre
6. Donner en fonction de la fréquence f la réponse en fréquence $H(jf)$ du filtre.
7. Représenter cette réponse (amplitude et phase)

Exercice 3

Soit un filtre numérique de fonction de transfert $H(z) = \frac{z}{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}$

1. Donner l'équation aux différences de ce filtre
2. Tracer le diagramme fonctionnel du filtre
3. A partir de l'équation aux différences, calculer les 5 premiers échantillons de la réponse impulsionnelle $h(n)$
4. En utilisant la fonction de transfert en z , donner la forme générale de la réponse $h(n)$ en fonction de n
5. Quelle est la nature du filtre RIF ou RII ? Justifier votre réponse
6. Le filtre est-il stable ? Justifier votre réponse
7. Donner la réponse indicielle $d(n)$ du filtre
8. Donner la réponse au signal $x(n) = \alpha^n$ avec $\alpha > 0$