

MEDIAN IN41 P09

Durée : 2 heures / tous les documents sont autorisés / Calculatrice simple conseillée

Les exercices suivants sont notés 19 points sur 20

+ 1 point pour la lisibilité de la présentation, la rigueur de la syntaxe et de l'orthographe

Exercice 1

Soit le signal suivant :

$$s_1(t) = 4 + 2 \cos(2k\pi f_0 t) + 3 \sin(4\pi k f_0 t + \frac{\pi}{2})$$

- Déterminer les coefficients A_k et α_k de Fourier
- Tracez les spectres unilatéraux d'amplitudes et de phases
- Calculer les coefficients complexes $X(ik)$ de la série de Fourier
- En déduire le développement en série de Fourier complexe
- Tracez les spectres bilatéraux d'amplitudes et de phase

Exercice 2

On considère le signal :

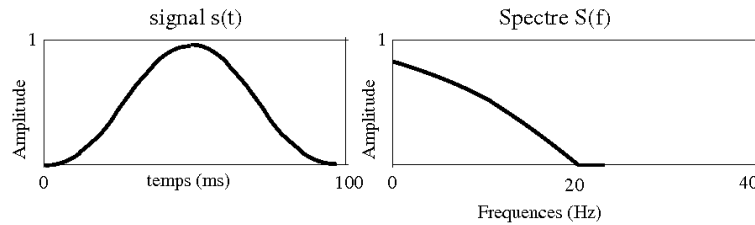
$$\begin{cases} u(t) = \cos(2\pi f_0 t); & |t| \leq t_0 \\ u(t) = 0; & |t| > t_0 \end{cases}$$

t_0 est un réel positif non nul

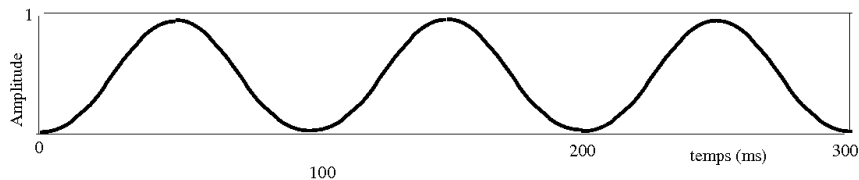
- Esquissez $u(t)$ en choisissant : $t_0 = \pi$ et $f_0 = \frac{1}{2\pi}$
- Montrer que le signal $u(t)$ est la multiplication d'une impulsion rectangulaire par une sinusoïde. Déterminer la hauteur et la largeur de l'impulsion ainsi que l'expression de la sinusoïde.
- Sans effectuer le calcul et en utilisant les résultats du cours, montrer que l'analyse spectrale du signal revient à remplacer les raies spectrales situées en $\pm f_p$ par la fonction sinus cardinal. Donner f_p
- Vérifier ça par le calcul

Exercice 3

Soit le signal $s(t)$ ainsi que son spectre $S(f)$ représentés ci-dessous.



1. On désire échantillonner ce signal afin de le transporter sur un réseau :
 - (a) On se propose d'échantillonner ce signal avec une fréquence d'échantillonnage $f_e = 20$ Hz, ce choix est-il judicieux ? Pourquoi ?
 - (b) On se propose d'échantillonner ce signal avec une fréquence d'échantillonnage $f_e = 40$ Hz, ce choix est-il judicieux ? Pourquoi ?
 - (c) Parmi les deux solutions étudiées précédemment, choisir la fréquence d'échantillonnage la plus appropriée. Dans ce cas, représenter le signal $s_e(t)$ obtenu par échantillonnage de $s(t)$ ainsi que son spectre $S_e(f)$ (en module).
2. Raisonnement graphique
 - (a) Donner le résultat obtenu graphiquement après la convolution du spectre du signal $S(f)$ (en module) par une impulsion $\delta(f - f_0)$.
 - (b) Quelle opération cela revient-il à faire dans le domaine temporel ?
3. On désire connaître le spectre d'un signal périodique dont la représentation temporelle est la suivante :



Il s'agit en fait d'un signal périodique dont le "motif" répété est le signal $s(t)$ décrit au début de l'exercice.

- (a) Donner la représentation spectrale approximative de ce signal et justifier.