Examen Médian

Lundi 26 Avril 2010, de 8h à 10h

Coefficient : 30 % Aucun document autorisé. Calculatrice NON programmable autorisée.

Remarques et conseils :
- Les parties I et III pourront être rédigées sur la même feuille. La partie II devra être rédigée sur une feuille séparée.
- Lisez attentivement chaque question avant d'y répondre.
- Justifiez autant que possible vos réponses.

Partie I : Questions de cours

Exercice 1 – Questions de cours

1. Quel est l'avantage d'utiliser des matrices et des vecteurs homogènes ?
2. Soient trois quaternions q_1, q_2 et q_V. Que permettent de calculer les deux fonctions f_1 et f_2 suivantes :
   - $f_1(q_V)=q_1 q_V q_1^{-1}$
   - $f_2(q_1, q_2)=q_1 q_2$

   Que représente chacun des quaternions q_1, q_2 et q_V ?
3. Donnez l'expression des coordonnées $(x'\ y'\ z')^T$ d'un pixel affiché dans le viewport en fonction des coordonnées normalisées $(x\ y\ z)^T$ d'un vertex présent dans le *view frustum*.
4. Quelle transformation faut-il appliquer à la normale d'un triangle si la transformation M est appliquée à chacun des vertices du triangle ?
5. En quoi consiste l'interpolation de quaternions ? De quel problème souffre l'interpolation linéaire de quaternions ? Comment la résoudre ?

Partie II :

Exercice 2 – Intersection

Soient deux plans $P_1 = \langle N_1, D_1 \rangle$ et $P_2 = \langle N_2, D_2 \rangle$ tels que $N_1 = (8\ 3\ 5)^T$, $D_1 = -12$, $N_2 = (3\ -9\ 6)^T$ et $D_2 = 14$. Ces deux plans s'intersectent-ils ? Si oui, donnez l'équation de la droite d'intersection.

Exercice 3 – Caméra

Soit le repère $R = (O, \langle e1,e2,e3 \rangle)$ du monde global tel que $O = (0\ 0\ 0)^T$, $e1 = (1\ 0\ 0)^T$, $e2 = (0\ 1\ 0)^T$ et $e3 = (0\ 0\ 1)^T$.
Soit un objet en forme de théière dont le centre de transformation (pivot) est en $A = (-2,1,0)^T$.

Soit la caméra C placée à l'origine du repère R et définie par le Frustum suivant :
- Distance au plan proche : ½
- Distance au plan lointain : 10
- Angle horizontal : 45
- Angle vertical : 60

La base vectorielle de la camera exprimé dans le repère R est défini par les vecteurs $f1 = (0\ 1\ 0)^T$, $f2 = (0\ 0\ 1)^T$ et $f3 = (-1\ 0\ 0)^T$.

Questions :

1) Déterminez la matrice homogène de transformation de la caméra.
2) Déterminez la matrice homogène de projection de la caméra.
3) Déterminez les coordonnées du point pivot de l'objet dans l'espace caméra.
4) L'objet est–il visible par la caméra, autrement dit, est-ce que l'objet est dans le *view frustum* ?

Exercice 4 – Transformation

Déterminer la matrice de rotation autour de l'axe de vecteur de direction $V = (0\ 0\ -1)^T$ et d'un angle de 90° passant par le point $B = (2, 5, -3)^T$.

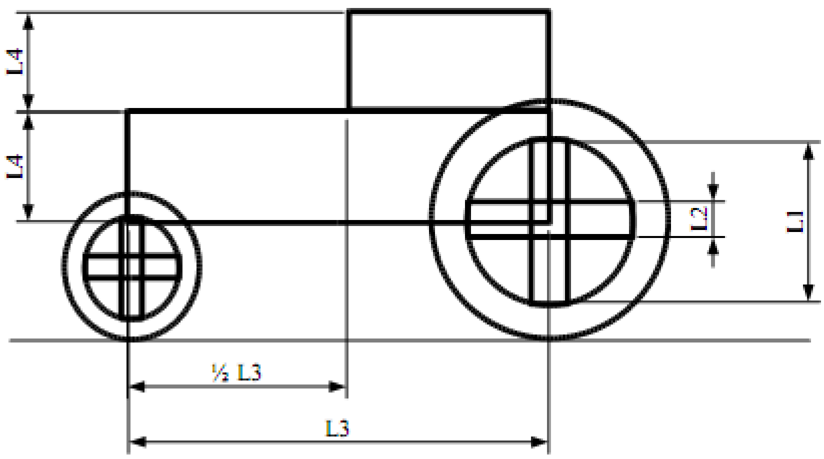
Partie III : OpenGL

Exercice 5 – Modélisation hiérarchique

On dispose de deux primitives graphiques tracerCarre() et traceTore() qui permettent respectivement de faire le rendu en 2D d'un carré unitaire et d'un tore dont le cercle interne est unitaire et le cercle externe est de diamètre 1.2. Carré et tore sont centrés à l'origine dans l'espace local.

En utilisant les instructions OpenGL glRotate(...), glTranslate(...), glScale(...), glPushMatrix() et glPopMatrix(), écrivez le code de la fonction tracerVoiture(float angle_roue) qui permet de faire le rendu en 2D d'une voiture comme indiquée sur le schéma ci-dessous et en sachant que :

– les cotations L1, L2, L3, L4 doivent être respectées ;
– la petite roue est 2 fois plus petite que la grande roue (même si cela n'est pas le cas sur le schéma) ;
– angle_roue est l'angle de rotation des roues autour de leur axe
– le schéma correspond à tracerVoiture(0).



tracerVoiture(float angle_roue)

Votre code doit être aussi clair et concis que possible. N'hésitez pas à le décomposer en plusieurs fonctions permettant chacune d'afficher une des parties hiérarchiques de la voiture.