

Examen Médian

Avril 2014

Coefficient : 30 %

Aucun document autorisé.

Remarques et conseils :

- Lisez attentivement chaque question avant d'y répondre.
- Justifiez autant et aussi précisément que possible vos réponses.
- Les calculs pourront être réalisés avec des valeurs approximatives à 2 décimales après la virgule.

Exercice 1 – Questions de cours (4 points)

1. Rappelez la séquence des transformations appliquées à un objet 3D jusqu'à sa visualisation dans une fenêtre 2D. Pour chaque transformation, précisez le nombre de coordonnées du vecteur sur laquelle elle est appliquée et dans quel espace ce vecteur s'exprime. **(2 points)**
2. Soient trois quaternions q_1 , q_2 et q_v . Que permettent de calculer les deux fonctions f_1 et f_2 suivantes :
 - $f_1(q_v) = q_1 q_v q_1^{-1}$
 - $f_2(q_1, q_2) = q_1 q_2$Que représente chacun des quaternions q_1 , q_2 et q_v ? **(1 point)**
3. Utilisez des matrices 4x4 pour montrer que la matrice représentant une translation suivie d'une mise à l'échelle n'est pas égale à la matrice représentant une mise à l'échelle suivie d'une translation. **(1 point)**

Exercice 2 – Modélisation procédurale d'une pyramide (5 points)

Soient :

- V un tableau de N *vertices* 3D,
- C un tableau de M couleurs RGB,
- $E = \{(I_1, P_1), \dots, (I_n, P_n)\}$ un ensemble composé de couples de tableaux d'indices I_k et de primitives associées P_k permettant d'effectuer le rendu d'une pyramide.

On considère que l'origine de l'espace local de la pyramide est au centre du carré représentant sa base. L'objectif est de construire par primitive graphique une pyramide dont :

- la base est décomposée selon une des diagonales en deux triangles rectangles,
- l'un des triangles de la base est rouge, l'autre bleu,
- les quatre pans de la pyramide sont de couleur vert.

Précisions sur la réponse à fournir :

- Dessiner la pyramide sur une figure en numérotant ses vertices.
- Renseignez chacun des tableaux de vertices V et de couleurs C.
- Définissez l'ensemble E des couples de tableaux d'indices et de primitives associées permettant d'effectuer ce rendu. Seules les primitives TRIANGLES, TRIANGLE_FAN et TRIANGLE_STRIP peuvent être utilisées.

(suite page suivante)

Exercice 3 – Programme *Shader* (3 points)

Soient les tableaux de vertices et de couleurs suivants :

Vertices 3D	0,0,0	1,0,0	0,1,0	1,1,0
Couleurs RGB	0,1,0	1,0,0	1,0,0	1,0,0

On considère que le programme *Shader* ci-dessous est utilisé avec une primitive `GL_TRIANGLE_STRIP` appliquée aux indices 1,0,3,2 :

Vertex Shader	Fragment Shader
<pre> in vec3 position; in vec3 color; out vec3 fColor; out float fFactor; void main() { fColor = color; fFactor = position.y; vec3 p = position; p.yz /= 2.0; gl_Position = vec4(p, 1.0); } </pre>	<pre> in vec3 fColor; in float fFactor; out vec4 fragColor; void main() { if (fFactor > 0.5) { fragColor = vec4(fColor, 1.0); } else { fragColor = vec4(0.0, 0.0, 0.0, 1.0); } } </pre>

Soit une fenêtre de rendu (*viewport*) représentée par un rectangle de longueur 100 et de largeur 50 dont l'origine (0,0) est à l'intersection de ses diagonales. Les pixels affichés dans cette fenêtre possèdent des coordonnées normalisées entre -1 et 1.

Quel rendu permet de réaliser l'exécution du *Shader* précédent ? Justifiez votre réponse à l'aide d'une figure représentant la fenêtre de rendu obtenue.

Exercice 4 – Transformations (4 points)

Dans cet exercice, les vecteurs et matrices sont exprimés en coordonnées homogènes.

Soit un point $P_1 = (5 \ 2 \ 8 \ 1)^T$ défini dans l'espace affine homogène ayant pour origine $O = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$ et comme base les vecteurs orthonormés $e_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$, $e_2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ et $e_3 = (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$.

Exprimez puis donnez les coordonnées du point P_2 , image du point P_1 ayant subi tout d'abord une rotation de 20° autour de l'axe de vecteur $(1 \ 4 \ 0 \ 0)^T$ passant par le point $P = (-1 \ 2 \ -10 \ 1)^T$ puis une translation de vecteur $(1 \ 2 \ 3 \ 0)^T$, puis une mise à l'échelle de facteurs 2, 1 et 4.

L'utilisation d'un quaternion vous permettra d'obtenir P_2 plus rapidement.

Exercice 5 – Intersections (4 points)

- Déterminer les paramètres (normale N et distance signée D) du plan P passant par les points $P_1 = (17 \ 20 \ 5)^T$, $P_2 = (2 \ -8 \ 0)^T$ et $P_3 = (3 \ 9 \ -4)^T$.
- Soient la droite $A(t_1) = S_1 + t_1 V_1$ avec $S_1 = (10 \ 20 \ 30)^T$ et $V_1 = (1 \ 1 \ 0)^T$.
Est-ce que cette droite intersecte le plan P ? Si oui, en quel(s) point(s) ?