UV IN55 - Synthèse d'images
Responsable : Fabrice LAURI

Examen Médian

Avril 2016, de 8h à 10h

Coefficient : 30 % Aucun document autorisé. Calculatrice NON programmable autorisée.

Remarques et conseils :

- Lisez attentivement chaque question avant d'y répondre.
- Justifiez autant que possible vos réponses.

Partie I : Questions de cours

Exercice 1 – Questions de cours

1. Quel est l'avantage d'utiliser des matrices et des vecteurs homogènes ?
2. Soient trois quaternions q_1, q_2 et q_V. Que permettent de calculer les deux fonctions f_1 et f_2 suivantes :
   - $f_1(q_V) = q_1 q_V q_1^{-1}$
   - $f_2(q_1, q_2) = q_1 q_2$

   Que représente chacun des quaternions q_1, q_2 et q_V ?
3. Soient T la tangente à une surface représentée par un vecteur 3D, N la normale à la surface représentée par un vecteur 3D et M une transformation linéaire représentée par une matrice 3x3. Quelle matrice G faut-il appliquer à N pour que (MT).(GN) = 0 ?
4. En quoi consiste l'interpolation de quaternions ? De quel problème souffre l'interpolation linéaire de quaternions ? Comment la résoudre ?
5. Montrez, en utilisant des coordonnées homogènes (vecteurs 4D et matrices 4x4), que la matrice représentant une translation suivie d'une mise à l'échelle n'est pas égale à la matrice représentant une mise à l'échelle suivie d'une translation.

Partie II :

Exercice 2 – Intersections

1. Soient trois points $P_1=(4\ {-8}\ 1)^T$, $P_2=(1\ 5\ 0)^T$, $P_3=(-3\ 2\ 3)^T$.
   Soit le plan (A_1) de normale $N_1=(-1\ 0\ 0)^T$ et de distance signée $D_1=-8$.
   Soient la droite $A(t_1) = S_1 + t_1 V_1$ avec $S_1 = (7\ 9\ 2)^T$ et $V_1 = (1\ 1\ 0)^T$.
   - Déterminer les paramètres (normale N_2 et distance signée D_2) du plan (A_2) passant par les trois points P_1, P_2 et P_3.
   - Est-ce que la droite $A(t_1)$ intersecte le plan (A_2) ? Si oui, en quel(s) point(s) ?
   - Est-ce que les plans (A_1) et (A_2) s'intersectent ? Si oui, donnez l'expression de la droite d'intersection.
2. Soit D(t) = s+tV une droite représentée dans un espace en 3D passant par s et de vecteur directeur V. Soient deux points A et B dans un espace en 3D.
   Dans quels cas la droite D(t) intersecte le segment [AB] ?

Exercice 3 – Transformation

1. Déterminer la matrice de rotation autour de l'axe de vecteur de direction $V = (0\ 0\ -1)^T$ et d'un angle de 90° passant par le point $B = (2, 5, -3)^T$.

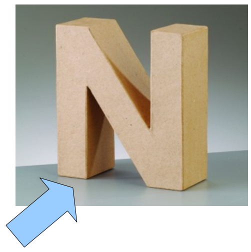
2. Soit un point $P_1 = (5\ 2\ 8\ 1)^T$ défini dans l'espace affine homogène ayant pour origine $O = (0\ 0\ 0\ 1)^T$ et comme base les vecteurs orthonormés $e_1 = (1\ 0\ 0\ 0)^T$, $e_2 = (0\ 1\ 0\ 0)^T$ et $e_3 = (0\ 0\ 1\ 0)^T$.
   Exprimez puis donnez les coordonnées du point P_2, image du point P_1 ayant subi tout d'abord une rotation de 20° autour de l'axe de vecteur $(1\ 4\ 0\ 0)^T$ passant par le point $P = (-1\ 2\ -10\ 1)^T$ puis une translation de vecteur $(1\ 2\ 3\ 0)^T$, puis une mise à l'échelle de facteurs 2, 1 et 4.
   L'utilisation d'un quaternion vous permettra d'obtenir P_2 plus rapidement.

Partie III : OpenGL

Exercice 4 – Modélisation procédurale

Soient :
- V un tableau de N *vertices* 3D,
- C un tableau de M couleurs RGB,
- $E=\{(I_1,P_1), \ldots, (I_n,P_n)\}$ un ensemble composé de couples de tableaux d'indices I_k et de primitives associées P_k permettant d'effectuer le rendu de l'objet ci-dessous :

On considère que :
- l'origine de l'espace local de cette lettre N en 3D est au centre de la face (pointée par la flèche) au sol de la barre à gauche.
- la barre à gauche est en rouge
- la barre à droite est en bleu
- la barre descendante est en vert.



Représentez cet objet par primitive graphique.

Précisions sur la réponse à fournir :
- Dessiner cet objet sur une figure en numérotant ses vertices, éventuellement sous plusieurs vues.
- Renseignez chacun des tableaux de vertices V et de couleurs C.
- Définissez l'ensemble E des couples de tableaux d'indices et de primitives associées permettant d'effectuer ce rendu. Seules les primitives TRIANGLES, TRIANGLE_FAN et TRIANGLE_STRIP peuvent être utilisées.