

---

**Median IT40**

---

**Exercice 1 : Algèbre de boole**

Soit  $\mathcal{B} = (B, \{0, 1\}, +, \cdot, \bar{\phantom{x}})$  une algèbre de Boole et  $a, b, c, d$  des variables booléennes. On définit dans  $\mathcal{B}$  la fonction  $f$  par :

$$f(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}d + c\bar{d} + \bar{a}b\bar{d} + \bar{b}c\bar{d} + abcd$$

1. Trouver la décomposition canonique disjonctive de  $f$ .
2. En déduire la décomposition canonique conjonctive de  $f$ .
3. Représenter  $f$  dans un diagramme de Karnaugh.
4. Simplifier  $f$ .
5. On suppose maintenant que les variables  $a, b, c, d$  sont liées par la relation :

$$abd + \bar{c}d = a\bar{c}d + abc$$

Trouver les mintermes nuls qui découlent de cette égalité et les représenter dans le digramme de Karnaugh de  $f$ .

6. Trouver une nouvelle simplification de  $f$  tenant compte des mintermes nuls.

**Exercice 2 : Recrutement sur critère**

L'Hypothétique Unité d'Enseignement (HUE) va procéder au recrutement de ses étudiants. Devant l'afflux des candidatures, des critères de sélection très stricts ont été établis pour retenir les étudiants jugés aptes à suivre le cursus de l'HUE. Un certain nombre de qualités s'appliquent ou pas aux candidats. Une variable binaire est associée à chacune de ces qualités. Lorsqu'un candidat possède la qualité, la variable binaire correspondante prend la valeur 1. La valeur 0 est prise dans le cas contraire. Un candidat peut

- (a) "avoir la moyenne en mathématiques", ce qui correspond à la variable binaire  $a$ ,
- (b) "être barbu", ce qui correspond à la variable binaire  $b$ ,
- (c) "être une fille", ce qui correspond à la variable binaire  $c$ ,
- (d) "savoir calculer un pourcentage", ce qui correspond à la variable binaire  $d$ ,
- (e) "connaître trois compositeurs italiens de l'époque classique" (abrégé en "être mélomane"), ce qui correspond à la variable binaire  $e$ .

Sont retenus les candidats qui vérifient au moins l'une des propriétés suivantes :

- Le candidat est une fille avec la moyenne en mathématiques ou un garçon qui sait calculer un pourcentage.
- Le candidat est barbu et sait calculer un pourcentage ou est un barbu mélomane.
- Le candidat est imberbe et a la moyenne en mathématiques.

Les candidats qui ne vérifient aucune de ces conditions ne sont pas retenus.

1. Soit  $f$  la fonction booléenne qui prend la valeur 1 si un candidat est retenu, 0 sinon. Donner l'expression booléenne de  $f(a, b, c, d, e)$ .
2. Donner le tableau de Karnaugh de  $f(a, b, c, d, e)$ .
3. Simplifiez  $f(a, b, c, d, e)$  en tenant compte du fait que parmi les candidats
  - (a) il n'y a pas de filles portant la barbe,
  - (b) ceux qui savent calculer un pourcentage ont la moyenne en mathématiques.
4. L'HUE recrute un garçon qui sait calculer un pourcentage et qui n'est pas mélomane. Peut-on savoir s'il porte la barbe?

### Exercice 3 : Des expressions régulières et des automates finis :

*On utilise l'alphabet  $\Sigma = x \mid y \mid z$  qui comporte  $y$  pour seule voyelle...*

Pour chacun des cas suivants, proposer une expression régulière ainsi qu'un automate fini (le plus simple possible) qui le reconnaisse :

1. langage des mots sur l'alphabet  $\Sigma$  comportant au moins une occurrence du mot  $xyz$ ,
2. langage des mots sur l'alphabet  $\Sigma$  comportant exactement deux consonnes,
3. langage des mots sur l'alphabet  $\Sigma$  comportant un nombre pair de  $y$ ,
4. langage des mots sur l'alphabet  $\Sigma$  comportant un nombre impair de consonnes,
5. langage des mots sur l'alphabet  $\Sigma$  de longueur 5,
6. langage des mots sur l'alphabet  $\Sigma$  de longueur multiple de 5,
7. *Pour cette dernière question*, il est seulement demandé de proposer un automate fini qui reconnaisse ce langage. . . langage des mots sur sur l'alphabet  $\Sigma$  comportant un nombre pair de  $x$  et un nombre pair de  $z$ .