

Problème : Considérons une source sans mémoire $S = \{A, B\}$ avec $p(A) = 0,98$ et $p(B) = 0,02$. Le débit symboles de la source est $D_S = 300 \text{ Ksymboles/sec}$. En outre, on dispose d'un canal binaire symétrique de probabilité d'erreur $p = 0,05$ fonctionnant au débit d'utilisation de $D_C = 280 \text{ kbits/sec}$.

Dans les calculs demandés, on prendra que les 4 chiffres après la virgule

Question préliminaire

Peut-on envisager d'utiliser ce canal pour transmettre le contenu de la source S ? (2 pts)

Partie A : Codage de source

- 1) Construire le codage de Huffman de l'extension d'ordre 3 de la source S en utilisant le modèle du tableau suivant : (2 pts)

Mots source d'ordre 3	AAA	AAB	ABA	ABB	BAA	BAB	BBA	BBB
Notation des mots	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
Codage Huffman	?	?	?	?	?	?	?	?



On veillera à respecter scrupuleusement la convention suivante : **On associe le bit 1 à chaque embranchement partant vers la gauche et le bit 0 vers la droite.**

- 2) Soit S' la nouvelle source binaire obtenue à partir de S par le codage de Huffman. Calculer le taux de réduction du débit binaire effectif par le codage de Huffman. (2 pts)
- 3) Quel est le nombre de bits de contrôle que l'on doit ajouter à deux bit d'information si on veut utiliser le canal à son débit nominal de 280 kbits/sec ? (4 pts)

Partie B : Codage du canal

On se propose de coder l'information binaire obtenue après le codage de Huffman de la question 1 en utilisant le code $C(5, 2)$ engendré par les équations suivantes :

$$c_1 = i_1$$

$$c_2 = i_2$$

$$c_3 = i_1 + i_2$$

où (i_1, i_2) sont les bits d'informations et (c_1, c_2, c_3) sont les bits de contrôle. Un mot de code s'écrit donc $(i_1, i_2, c_1, c_2, c_3)$.

- 4) (a) Expliciter tous les mots code. **(2 pts)**
- (b) Déterminer une matrice génératrice G de $C(5,2)$ sous forme systématique. **(2 pts)**
- (c) En déduire la matrice de contrôle H . **(1 pt)**
- (d) Calculer la distance minimale du code. **(2 pts)**
- (e) En déduire le nombre d'erreurs que le code peut détecter/corriger. **(1 pt)**
- (f) La table de décodage indiquant les configurations d'erreurs effectivement corrigées de ce code est donnée ci-dessous. Corriger le mot reçu suivants **11010**. **(2 pts)**

Syndromes	Vecteurs de correction
000	00000
001	00001
010	00010
011	01000
100	00100
101	10000
110	00110
111	10010