Exercice 1 :

1) Soit le code $\boldsymbol{C}(\mathbf{7,4})$ engendré par les équations suivantes :

$$\boldsymbol{c}_1 = \boldsymbol{i}_1 + \boldsymbol{i}_2 + \boldsymbol{i}_4$$

$$\boldsymbol{c}_2 = \boldsymbol{i}_2 + \boldsymbol{i}_3 + \boldsymbol{i}_4$$

$$\boldsymbol{c}_3 = \boldsymbol{i}_1 + \boldsymbol{i}_3 + \boldsymbol{i}_4$$

où $(\boldsymbol{i}_1, \boldsymbol{i}_2, \boldsymbol{i}_3, \boldsymbol{i}_4)$ sont les bits d'informations et $(\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \boldsymbol{c}_3)$ sont les bits de contrôle. Un mot de code s'écrit donc $(\boldsymbol{i}_1, \boldsymbol{i}_2, \boldsymbol{i}_3, \boldsymbol{i}_4, \boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \boldsymbol{c}_3)$.

(a) Déterminer une matrice génératrice $\boldsymbol{G}$ de $\boldsymbol{C}(\mathbf{7,4})$ sous forme systématique. **2 pts**

(b) Déterminer la matrice de contrôle $\boldsymbol{H}$. **3 pts**

(c) Calculer la distance minimale du code. **3 pts**

(d) En déduire le nombre d'erreurs que le code peut détecter/corriger. **2 pts**

(e) La table de décodage indiquant les configurations d'erreurs effectivement corrigées de ce code est donnée ci-dessous.

Syndr	000	101	110	011	111	100	010	001
Vect de correc	0000000	1000000	0100000	0010000	0001000	0000100	0000010	0000001

Décoder les mots reçus $\boldsymbol{y}_1 = \mathbf{1101010}$ et $\boldsymbol{y}_2 = \mathbf{0010000}$ avec le décodage par syndrome : **2 pts**

Exercice 2 : La table de décodage indiquant les configurations d'erreurs effectivement corrigées d'un code linéaire $\boldsymbol{C}(\mathbf{5,2})$ est donnée ci-dessous.

Syndromes	000	001	010	011	100	101	110	111
Vecteurs de correction	00000	10000	00101	01000	00100	00010	00001	01100

1. Trouver la capacité de correction de ce code. **2 pts**
2. Supposons qu'il y ait au plus une erreur lors de la transmission. Trouver la matrice de contrôle de ce code. **4 pts**
3. En déduire le décodage du mot reçu $\boldsymbol{y} = \mathbf{01101}$. **2 pts**