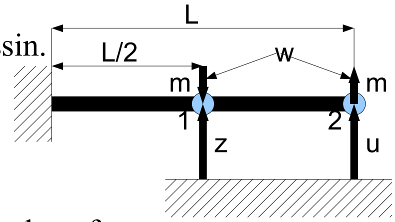
utbm université de technologie Belfort-Montbéliard	**MC59 - A06** **FINAL du 19/01/2006** **(8h à 10h)**	***Organisez votre temps correctement et bon travail !*** **W. Charon**

Les notes de cours et une calculette scientifique sont admises. Une machine programmable ou un ordinateur même portable n'est pas autorisé.

Question 1 – Coûts modaux - 12 points



Soit le système représenté ci-contre. Il est composé d'une poutre encastrée à gauche qui ne peut fléchir que dans le plan vertical du dessin. Sa masse propre est négligeable par rapport aux 2 masses ponctuelles de valeurs identiques m fixées au milieu de la poutre et en extrémité droite.
On suppose un amortissement modal ξ constant pour tous les modes.
Une excitation extérieure de bruit blanc agit sur les masses m. Ce sont deux forces de même intensité, de même direction mais de sens opposé. L'objectif est de diminuer autant que possible la vibration de la masse m au point 2, c'est-à-dire la flèche f_2.
Cet objectif doit être atteint à l'aide d'un actionneur permettant de produire une force u en bout à droite. Un capteur mesure la vitesse verticale de la masse m au point 1.

Sachant que le système a deux modes propres, on demande aussi de fournir en les commentant, les perturbabilités, les observabilités (de la sortie et du capteur), les commandabilités et les coûts modaux Γ_{YW}, Γ_{ZW}, Γ_{YU}, Γ_{ZU} pour le système mécanique initial.

Données numériques du problème

Données du système mécanique

L	=	1	m	Longueur de la poutre
E	=	$210\ 10^9$	N/m^2	Module de Young de la poutre
I	=	$5\ 10^{-9}$	m^4	Inertie de la section droite de la poutre
m	=	10	kg	Masse en bout et en milieu de poutre
ξ	=	0.02		Taux d'amortissement modal

Autres données

Excitations extérieures : W = 10^5 N^2/sec
Capteur : donne un signal électrique de sensibilité : 10 V/(mm/sec), bruit : V = 10^{-6} V^2/sec
Actionneur : est commandé par un signal électrique u avec u_{max} = 12 V. On suppose un bruit négligeable. Son efficacité est de 1 N/V.

Indications - On donne :

° l'expression mathématique des relations de base dans les axes cartésiens sans tenir compte des amortissements

$$m\begin{bmatrix}\ddot{f}_1\\ \ddot{f}_2\end{bmatrix}+\frac{48EI}{7L^3}\begin{bmatrix}16 & -5\\ -5 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}w+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u \quad ; \quad y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix} \quad ; \quad z=c\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{f}_1\\ \dot{f}_2\end{bmatrix}+v$$

° les valeurs propres :

$$\lambda=9\pm\sqrt{74} \quad \text{avec} \quad \lambda=\frac{7mL^3}{48EI}\omega^2 \quad \text{soit} \quad \omega=\begin{bmatrix}16.9212\\ 112.5774\end{bmatrix} \text{ rad/sec}$$

° les modes propres correspondants :

$$\Phi=\begin{bmatrix}-0.0965 & -0.3011\\ -0.3011 & 0.0965\end{bmatrix}$$ normés à 1 par rapport à la matrice de masse

Question 2 – Stabilité - 8 points

Soit un système mécanique linéaire modélisé par éléments finis avec 150 degrés de liberté. Une analyse modale fournit les 25 premiers modes propres dont 5 sont sélectionnés à priori dans l'observateur. Les actionneurs et les capteurs ont été choisis et positionnés de façon à respecter les spécifications de l'utilisateur.

Synthétisez en 2 pages maximum (ce qui est au delà ne sera ni lu, ni évalué), la procédure que vous allez mettre en oeuvre pour fournir en fin de compte un système garanti stable.