

Seules sont admises les notes de cours et de TD ainsi qu'une calculatrice scientifique.

Répondez de façon ciblée, complètement mais sans bavardages : montrez que vous avez compris.

Partie A – Stabilité - 10 points

Synthétisez : 4 pages maximum : ce qui est au delà ne sera ni lu, ni évalué.

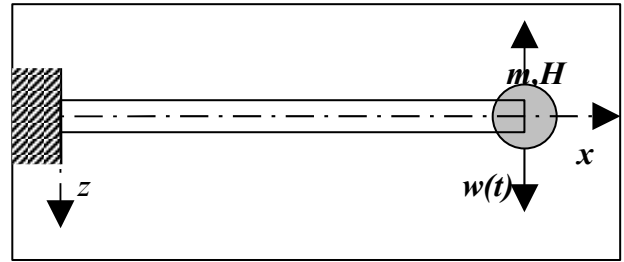
1. Soit un système mécanique linéaire avec 150 degrés de liberté. Dans un premier temps 5 modes propres ont été sélectionnés dans l'observateur pour garantir les performances demandées.
 - ° La stabilité n'a pas encore été étudiée. Synthétisez la procédure que vous allez mettre en œuvre pour fournir en fin de compte un système garanti stable
 - ° Supposons que des actionneurs plus performants aient été trouvés. Quelles sont les étapes de la conception que vous devrez reprendre, **avant** celle de vérification de la stabilité.
2. Plusieurs méthodes et techniques ont été vues qui permettent de garantir la stabilité du système. Décrivez brièvement ces méthodes en précisant leurs avantages, inconvénients et complémentarité. N'oubliez pas les 3 cas de figure : dynamique connue et modélisée, dynamique connue mais non modélisée, dynamique non connue et à fortiori non modélisée.
3. Pourquoi un système réel n'a-t-il pas forcément les mêmes caractéristiques de stabilité que le système nominal de la conception initiale ?
4. Comment représente-t-on généralement les performances d'un système en régime dynamique. Expliquez.



Partie B – Indicateurs énergétiques et positionnement des capteurs et actionneurs- 10 points

Description du problème

Soit le système représenté ci-contre. Il est composé d'une poutre encadrée à gauche qui ne peut fléchir que dans le plan vertical du dessin. Sa masse propre est négligeable par rapport au corps solide soudé à cette poutre à droite. Ce corps solide est modélisé simplement par sa masse m et son inertie H .



On suppose un amortissement modal ξ constant pour tous les modes.

Une excitation extérieure de bruit blanc agit sur la masse m . L'objectif est de diminuer autant que possible la vibration de cette masse m , c'est-à-dire sa flèche f .

Cet objectif doit être atteint à l'aide d'un actionneur intégré dans le solide et permettant de produire un moment M en bout à droite autour de l'axe perpendiculaire au dessin. Il s'agit par exemple d'une roue à réaction.

Un capteur mesure l'angle ϕ en bout de poutre. Il s'agit par exemple d'un polymère piézoélectrique collé sur toute la face supérieure de la poutre.

Questions

Sachant que le système a deux modes propres, on demande de fournir les perturbabilités, observabilités (de la sortie et du capteur), commandabilités et contributions modales pour le système mécanique initial.

Données numériques du problème

Données du système mécanique

L	=	1	m	Longueur de la poutre
E	=	$7 \cdot 10^9$	N/m ²	Module de Young de la poutre
I	=	$6,51 \cdot 10^{-9}$	m ⁴	Inertie de la section droite de la poutre
m	=	10	kg	Masse en bout du solide en bout de poutre
H	=	0,002	kg*m ²	Inertie massique du solide en bout de poutre
ξ	=	0.01		Taux d'amortissement modal

Autres données

Excitations extérieures : $W = 10^5$ N²/sec

Capteur : donne un signal électrique de sensibilité : 1 V/deg, bruit : $V = 10^{-8}$ V²/sec

Actionneur : est commandé par un signal électrique 1 Nm/V. On suppose un bruit négligeable.

$$u_{\max} = 24 \text{ V}$$

Indications - On donne :

° l'expression mathématique des relations de base dans les axes cartésiens (système sans amortissement)

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{f} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \left(\frac{l}{6EI} \begin{bmatrix} 2l^2 & 3l \\ 3l & 6 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} f \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ \phi \end{bmatrix} ; \quad z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ \phi \end{bmatrix} + v$$

° les valeurs propres et les modes propres correspondants :

$$\lambda = (l^2 m + 3H) \pm \sqrt{(l^2 m + 3H)^2 - 3l^2 m H} \quad \text{et} \quad \omega^2 = 6EI / \lambda \quad \text{soit} \quad \omega = [3,70 \quad 301,9]^T \text{ rad/sec}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,32 & 0,21 \\ 0,47 & -702 \end{bmatrix} \quad \text{déjà normés à 1 par rapport à la matrice de masse}$$