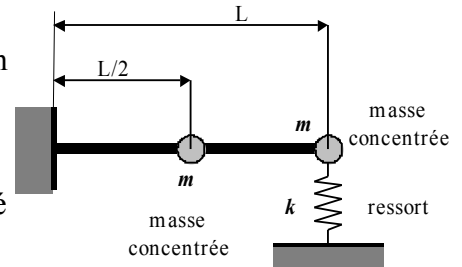


Les notes de cours et une calculatrice scientifique sont admises. Une machine programmable ou un ordinateur même portable n'est pas autorisé.

Question 1 – 6 points

Soit la poutre encadrée représentée ci-contre. Elle est de longueur L et de module de flexion EI . La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin et les mouvements sont petits.

Des masses de même valeur m sont concentrées au milieu et à l'extrémité libre. Un ressort de raideur $k = \frac{48EI}{7L^3}$ relie l'extrémité libre à la fondation comme indiqué sur le dessin.



Une excitation extérieure de bruit blanc agit en direction verticale sur la masse m du milieu.

L'objectif est de diminuer le mouvement vertical de la masse m en bout de poutre. Cet objectif doit être atteint à l'aide d'un actionneur de force en bout de poutre et agissant parallèlement au ressort. Un capteur mesure la vitesse du déplacement vertical de la masse concentrée au milieu de poutre.

On demande de définir les matrices d'actionneur B , d'excitations extérieures D , de sortie C_p et C_r et de capteur M_p et M_r .

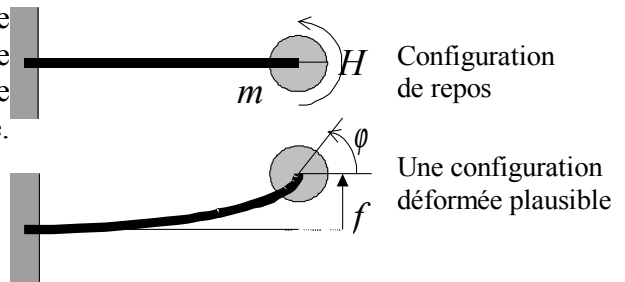
N.B. : On choisit comme coordonnées généralisées, les déplacements verticaux q_1 et q_2 des masses concentrées en milieu et en bout de poutre.

Sans tenir compte de l'amortissement, l'équation du mouvement vaut :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \frac{48EI}{7L^3} \begin{bmatrix} 16 & -5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = Bu + Dw$$

Question 2 – 6 points

La poutre encadrée représentée ci-contre est de longueur L et de module de flexion EI . Un solide représenté par une masse concentrée m et une inertie concentrée H , est soudé sur le côté libre de la poutre. Le système ne se déforme que dans le plan du dessin



Sans tenir compte de l'amortissement, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{f} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \left(\frac{1}{6EI} \begin{bmatrix} 2l^2 & 3l \\ 3l & 6 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} f \\ \varphi \end{bmatrix} = 0$$

Les pulsations propres ainsi que les vecteurs propres associés et les amortissements modaux sont supposés connus.

On demande d'écrire l'équation du mouvement sous forme d'état suite à la décomposition modale. Donnez le détail du vecteur d'état et la signification des variables d'état.

Sachant que les capteurs mesurent directement les variables physiques, on a : $z = \begin{bmatrix} f \\ \varphi \end{bmatrix} + v$.

Comment cette relation s'exprime-t-elle en fonction des variables d'état (matrice M) ?

Question 3 - Divers – 8 points

- Quelles sont les caractéristiques générales des sollicitations extérieures d'un système mécanique dans la phase d'avant projet ? Pourquoi approxime-t-on ces sollicitations par un bruit blanc ? Quelles sont les caractéristiques générales du bruit blanc théorique ?
- Décrivez le système simple qui permet de déterminer la matrice de gain. Ce système est-il physique ? Qu'apporte-t-il comme information intéressante pour le système réel ? Pourquoi en en quoi, les performances du système réel se distinguent-elles des performances de ce système simple ?
- Décrivez le système simple qui permet de déterminer la matrice de filtre. Ce système est-il physique ? Qu'apporte-t-il comme information intéressante pour le système réel ? Pourquoi en en quoi, les caractéristiques de la mesure du système réel se distinguent-elles des caractéristiques de la mesure de ce système simple ?
- Pourquoi est-on obligé d'effectuer une réduction du modèle du système mécanique complet pour la détermination et la mise en oeuvre du régulateur et de l'observateur ? Quel est le principe de la réduction de modèle utilisée dans le cours ?