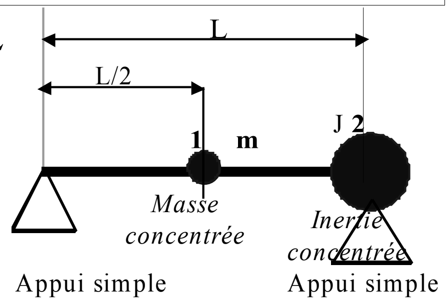
| | | |
|---|---|---|
| utbm université de technologie Belfort-Montbéliard | **MC59 - A06** <br> **MEDIAN du 10/11/2005** <br> **(8h à 10h)** | ***Organisez votre temps correctement et bon travail !*** <br> **W. Charon** |

**Les notes de cours et une calculette scientifique sont admises. Une machine programmable ou un ordinateur même portable n'est pas autorisé.**

## Question 1 – 6 points

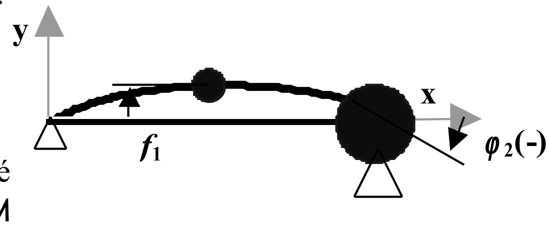



Soit la poutre biappuyée représentée ci-contre. Elle est de longueur ***L*** et de module de flexion ***EI***. La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin.

Un solide est fixé à l'extrémité droite. Son inertie est de valeur ***J=mL²/4*** et sa masse est considérée comme négligeable.

Une masse **m** est concentrée en *L/2*

Une excitation extérieure de bruit blanc agit sur la masse *m*.




L'objectif est de diminuer autant que possible la vibration de l'inertie du solide autour de son angle perpendiculaire au dessin.

Cet objectif doit être atteint à l'aide d'un actionneur intégré en bout de poutre et permettant de produire un moment *M* en bout à droite autour de l'axe perpendiculaire au dessin. Il s'agit par exemple d'une roue à réaction.

Un capteur mesure la vitesse du déplacement vertical de la masse concentrée au milieu de poutre.

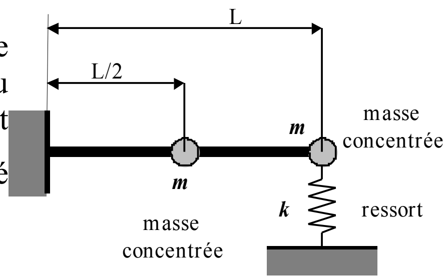
**On demande de définir les matrices d'actionneur *B*, d'excitations extérieures *D*, de sortie $C_p$ *et* $C_r$ et de capteur $M_p$ et $M_r$.**

N.B. : On choisit comme coordonnées généralisées, le déplacement vertical de la masse concentrée en milieu de poutre, soit $f_1$, et l'angle de rotation du solide en bout de poutre autour de l'axe perpendiculaire au plan du dessin, soit $\varphi_2$.

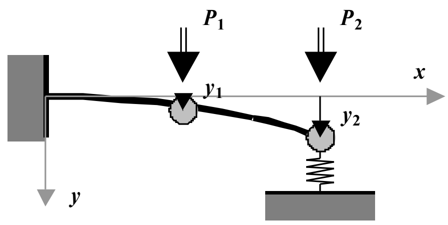
Sans tenir compte de l'amortissement, l'équation du mouvement vaut :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{f}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \left( \frac{L}{48EI} \begin{bmatrix} L^2 & -3L \\ -3L & 16 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = Bu + Dw$$

## Question 2 – 6 points




La poutre encastrée représentée ci-contre est de longueur ***L*** et de module de flexion ***EI***. La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin. Des masses de même valeur ***m*** sont concentrées au milieu et à l'extrémité libre. Un ressort de raideur $k = \frac{48EI}{7L^3}$ relie l'extrémité libre à la fondation comme indiqué sur le dessin.




Sans tenir compte de l'amortissement, l'équation du mouvement s'écrit :

$$m\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \frac{48EI}{7L^3} \begin{bmatrix} 16 & -5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w$$

Sachant que $\lambda = \omega^2 \frac{7L^3 m}{48EI}$ ,

les valeurs propres valent : $\begin{matrix} \lambda_1 = 1{,}3 \\ \lambda_2 = 17{,}7 \end{matrix}$ et les vecteurs propres **non normés** correspondants valent : $\phi_{(1)}=\begin{bmatrix}1\\2{,}94\end{bmatrix}$ et $\phi_{(2)}=\begin{bmatrix}1\\-0{,}34\end{bmatrix}$

**On demande d'écrire l'équation du mouvement sous forme d'état suite à la décomposition modale. Donnez le détail du vecteur d'état et la signification des variables d'état.**

Sachant que les capteurs mesurent directement les variables physiques, on a : $z=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\end{bmatrix}+v$ .

**Comment cette relation s'exprime-t-elle en fonction des variables d'état (matrice $\underline{M}$) ?**

## Question 3 - Divers – 8 points

- Quelles sont les caractéristiques générales du mouvement produit par un bruit blanc sur un système linéaire avec et sans conditions initiales ?

- On considère un système mécanique sans actionneur excité par un bruit blanc. L'équation de Lyapounov $A\,X+X\,A^T+\underline{D}\,W\,\underline{D}^T=0$ donne la covariance de l'état dans des conditions bien particulières. Quelles sont ces conditions ?

- Quel est le principe fondamental qui permet d'obtenir la matrice de filtre dans un observateur lié à la théorie LQG ?

- Commentez l'expression suivante utilisée pour trouver la matrice de gain G dans la théorie LQG
  $min_{X,G,\underline{K}} H=tr\left[Q\,\underline{C}\,X\,\underline{C}^T\right]+tr\left[R\,G\,X\,G^T+R\,\tilde{N}\right]+tr\left[\underline{K}\,L\right]$

  (Expliquez les différents termes, leurs rôles. Sont-ils connus ? ...)