

Les notes de cours et une calculatrice scientifique sont admises. Une machine programmable ou un ordinateur même portable n'est pas autorisé.

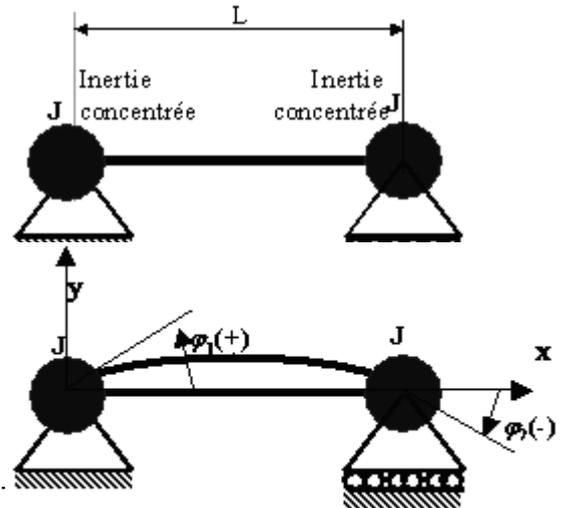
**Question 1 – 12 points**

Soit la poutre encadrée représentée ci-contre. Elle est de longueur  $L$  et de module de flexion  $EI$ . La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin et les mouvements sont petits.

Des inerties de même valeur  $J$  sont concentrées aux extrémités gauche et droite.

L'excitation extérieure de bruit blanc est un moment autour de l'axe perpendiculaire à la feuille sur l'inertie de droite.

L'objectif est de diminuer la rotation de l'inertie de gauche. Cet objectif doit être atteint à l'aide d'un actionneur exerçant un moment en bout de poutre à droite. Un capteur mesure la vitesse du rotation de l'inertie de poutre à gauche



N.B. : On choisit comme coordonnées généralisées  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  (voir dessin), .

Sans tenir compte de l'amortissement, l'équation du mouvement vaut :

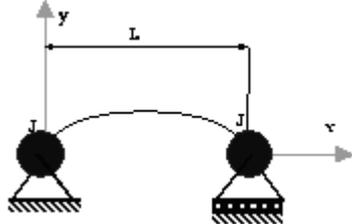
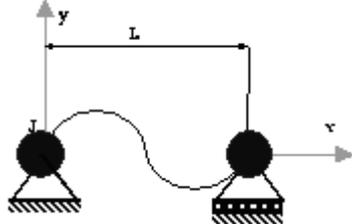
$$J \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \left( \frac{L}{6EI} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = 0$$

On demande d'abord de définir les matrices d'actionneur  $B$ , d'excitations extérieures  $D$ , de sortie  $C_p$  et  $C_r$  et de capteur  $M_p$  et  $M_r$ .

On demande ensuite d'écrire l'équation du mouvement sous forme d'état suite à la décomposition modale. Donnez le détail du vecteur d'état et la signification des variables d'état.

Donner aussi l'équation des sorties et des capteurs en fonction du vecteur d'état.

Les pulsations propres ainsi que les vecteurs propres associés et les amortissements modaux sont connus :

Mode	Valeur propre	Mode propre	Représentation graphique	Amortissement modal
1	$\omega_1^2 = 2 \frac{EI}{LJ}$	$x_{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$		$\xi_1 = 0.002$
2	$\omega_2^2 = 6 \frac{EI}{LJ}$	$x_{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$		$\xi_2 = 0.005$