

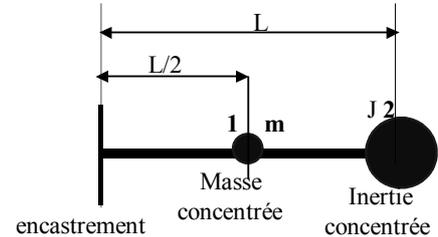
Les notes de cours et une calculatrice scientifique sont admises. Une machine programmable ou un ordinateur même portable n'est pas autorisé.

Question 1 – 12 points

Soit la poutre encadrée - libre représentée ci-contre. Elle est de longueur L et de module de flexion EI . La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin et les mouvements sont petits.

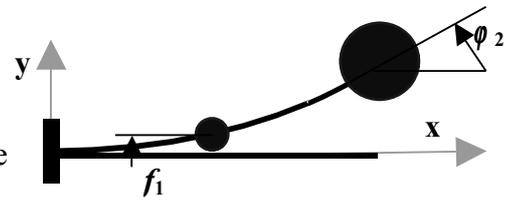
Un solide est fixé à l'extrémité droite. Son inertie est de valeur $J = mL^2/4$ et sa masse est considérée comme négligeable.

Une masse m est concentrée en $L/2$.



L'excitation extérieure de bruit blanc est une force verticale appliquée au niveau de la masse concentrée.

L'objectif est de diminuer la vitesse verticale de la masse concentrée. Cet objectif doit être atteint à l'aide d'un actionneur exerçant un moment en bout de poutre à droite. Un capteur mesure la vitesse du rotation de l'inertie.



N.B. :

1) On choisit comme coordonnées généralisées f_1 et ϕ_2 (voir dessin)

2) la matrice de masse vaut : $M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}$

3) L'amortissement étant faible, l'équation qui permet de définir les caractéristiques propres vaut :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{f}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \left(\frac{L}{24EI} \begin{bmatrix} L^2 & 3L \\ 3L & 24 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = 0$$

4) Les pulsations propres ainsi, les vecteurs propres associés et les amortissements modaux valent :

Mode	Valeur propre	Mode propre	Amortissement modal
1	$\omega_1^2 = 3.7412 \frac{EI}{mL^3}$	$x_{(1)} = \begin{bmatrix} L \\ 0.5533 \end{bmatrix}$	$\xi_1 = 0.016$
2	$\omega_2^2 = 41.0256 \frac{EI}{mL^3}$	$x_{(2)} = \begin{bmatrix} L \\ -7.22 \end{bmatrix}$	$\xi_2 = 0.01$

On demande d'abord de définir les matrices d'actionneur B , d'excitations extérieures D , de sortie C_p et C_r et de capteur M_p et M_r .

On demande ensuite d'écrire l'équation du mouvement sous forme d'état suite à la décomposition modale. Donnez le détail du vecteur d'état et la signification des variables d'état.

Donner aussi l'équation des sorties et des capteurs en fonction du vecteur d'état.