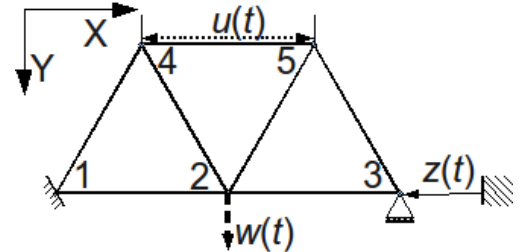


Les notes de cours et une calculatrice scientifique sont admises. Une machine programmable ou un ordinateur même portable n'est pas autorisé.

Question 1 – 9 points

Soit le petit pont formé de 7 barres articulées en leurs extrémités et représenté ci-contre. Les 5 nœuds sont numérotés de 1 à 5. Le nœud 1 est encastré, le nœud 3 est seulement bridé en Y . Il se déforme dans le plan XY .



Une perturbation aléatoire agit verticalement au nœud 2, un actionneur agit horizontalement entre les nœuds 4 et 5, un capteur mesure le déplacement horizontal du nœud 3. L'utilisateur s'intéresse aux mouvements du nœud 2 aussi bien en X qu'en Y .

On demande de spécifier les matrices B , D , C_p , M_p et M_r relatives aux équations suivantes bien connues :

$$M \ddot{q} + H \dot{q} + K q = D w(t) + B u(t) \quad , \quad y = C_p q \quad , \quad z = M_r \dot{q} + M_p q + v$$

sachant que les degrés de liberté, désignés avec les conventions déjà appliquées aux travaux dirigés, sont rangés dans l'ordre suivant dans q :

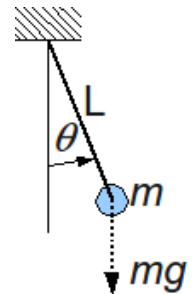
$$q_{dof} = [2.01 \ 2.02 \ 3.01 \ 4.01 \ 4.02 \ 5.01 \ 5.02]^T.$$

Question 2 – 4 points

Soit le pendule simple représenté ci-contre. Il peut osciller dans le plan de la feuille sous l'effet de conditions initiales. En tenant compte de l'amortissement de l'air, l'équation pour les petits mouvements autour de l'équilibre s'écrit :

$$\ddot{\theta} + 2\xi \sqrt{\frac{g}{L}} \dot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

On demande d'exprimer directement cette équation différentielle sous forme d'état sans passer par la transformation modale.



Question 3 – 7 points

- (2 points) Pourquoi, dans le cours, approxime-t-on les sollicitations extérieures par un bruit blanc ? Le bruit blanc a-t-il une existence physique ?
- (3 points) A partir du tableau au verso résumant la conception de l'observateur et du régulateur, expliquer le concept de détérioration présent en colonne 4 et montrer de quoi la détérioration dépend (1 page maximum).
- (4 points) L'expression suivante est utilisée pour trouver la matrice de gain G dans la théorie LQG

$$\min_{X, G, K} H = \text{tr} [Q C X C^T] + \text{tr} [R G X G^T + R \tilde{N}] + \text{tr} [K L]$$

- Expliquez les différents termes $\text{tr} [Q C X C^T]$, $\text{tr} [R G X G^T + R \tilde{N}]$, $\text{tr} [K L]$, leurs rôles. Sont-ils connus ? ...
- Que veut dire $\min_{X, G, K} H$?