

**MN41**  
*Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur*

UTBM le 26 Juin 2006

Examen Final

S. A. - N.L - M.I.

Résumé de cours autorisé

\*\*\*\*\*

### I- Méthode de collocation par points

Utiliser la méthode de collocation par points pour approcher la solution de l'équation :

$$\frac{du(t)}{dx} + u(t) = f(t) \quad 0 < t < 4$$

avec la condition initiale :  $u(0)=1$  et des relevés de  $f(t)$  aux instants  $t_1=1, t_2=2$  et  $t_3=3, f(t_1)=2, f(t_2)=5, f(t_3)=3$ .

Utiliser un développement polynomial pour la solution approchée et la méthode de résolution  $LU$  pour la résolution du système résultant.

### II- Eléments finis 1D

L'équation de bilan thermique, en régime permanent, d'une plaque, de conductivité thermique  $I$ , de surface  $S$  et d'épaisseur  $L$ , soumise à un flux de chaleur  $Q$  en  $x=L$  et à une température fixe  $U_0$  en  $x=0$ , est décrite par le système suivant :

$$\frac{d}{dx} \left( IS \frac{du}{dx} \right) + P(x) = 0, \quad 0 < x < L$$
$$u(0) = U_0 \quad \text{et} \quad -IS \frac{du}{dx}(L) = Q$$

$P(x)$  représente un terme de génération de la chaleur.

**A-** On suppose  $P(x)=20, I = 50, S=1, L=3, U_0=10, Q=100$ .

- 1- Ecrire les formulations variationnelles globale et faible du problème. Expliquer les simplifications effectuées.
- 2- Utiliser une discrétisation du domaine  $[0,L]$  à trois éléments de même longueur et des fonctions d'interpolation linéaires sur chaque élément.
- 3- Utiliser le principe de pondération de Galerkin et écrire les trois matrices élémentaires,
- 4- Assembler les trois éléments élémentaires et faire les simplifications nécessaires.
- 5- Utiliser la méthode de Thomas pour résoudre le système résultant.
- 6- Calculer la solution exacte et comparer la avec la solution obtenue aux points 1,5, 2 et 2,5.

**B-** Reprendre les étapes de la question **A** en remplaçant  $P(x)$  par  $u(x)$ .