MN41

Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 21 janvier 2009 | *Examen Final* | *S.A., N.L., M.I.*

Résumé de cours autorisé

****

Eléments finis

On cherche à déterminer le champ thermique stationnaire $u(x)$ dans un mur simple défini par sa conductivité thermique $k(x)$ et son épaisseur L. Le mur est soumis à une condition de température imposée en $x=L$ et à une condition plus générale en $x=0$. $p(x)$ représente une puissance volumique générée au sein du mur. Ce problème est décrit par le système suivant :

$$\frac{d}{dx}\left(k(x)\frac{du}{dx}\right) + p(x) = 0 \qquad 0 < x < L,$$

$$a\,k\frac{du}{dx} = b\,q + c\,H(u(0) - U_f) \qquad en \quad x=0$$

$$u(L) = U_L \qquad en \quad x=L$$

U_L, U_f, $k(x)$, $p(x)$, q et H désignent des constantes ou des fonctions connues.

1- Utiliser la méthode des éléments finis basée sur le principe de pondération de Galerkin et des fonctions d'interpolation linéaires pour déterminer les températures aux noeuds des trois éléments du mur de longueurs respectives l_1, l_2, l_3. Les grandeurs $k(x)$ et $p(x)$ sont supposées constantes dans cette question.

Analyser les trois cas suivants :

1) $a=0$, $b=0$ et $c=1$.
2) $a=-1$, $b=1$ et $c=0$.
3) $a=-1$, $b=0$ et $c=1$.

AN: $k=50$, $S=1$, $p=100$, $q=200$, $L=4$, $U_L=100$, $U_f=20$, $H=80$, $l_1=l_3=1$ et $l_2=2$. (SI).

Utiliser une décomposition LL^t pour résoudre le système matriciel dans le cas 2.

2- En se plaçant dans les conditions $a=-1$, $b=0$ et $c=0$., résoudre à nouveau le problème ci-dessus en supposant $p(x) = P_0(u(x) - U_f)$, $P_0 = 80$